



Examen suisse de maturité, session d'hiver 2025

PHYSIQUE & APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES, OPTION SPÉCIFIQUE

Candidat-e: Nom: Prénom: Numéro:

Durée : 3h

Matériel autorisé : calculatrice et formulaires/tables

Total de points : 60 points

Consignes générales

Avant de débiter, le candidat ou la candidate contrôle le présent document, notamment l'ordre et le nombre de pages. A la fin de l'examen, il ou elle rend ce document avec son travail.

Les réponses se font sur papier libre. Le candidat ou la candidate présente sur un feuillet les problèmes de Physique et sur un deuxième feuillet les problèmes d'Applications des mathématiques. Il ou elle indique clairement sur chacun de ceux-ci son nom, prénom et numéro.

L'épreuve écrite dure 3 heures réparties en environ une heure pour la partie Physique et environ deux heures pour la partie Applications des Mathématiques, les points étant répartis à 1/3 pour Physique et 2/3 pour Applications des mathématiques. Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement tous les problèmes.

Pour les problèmes de la partie Physique, avant toute application numérique, une solution algébrique et un contrôle des unités sont exigés. Les réponses aux problèmes doivent comporter les explications et justifications nécessaires. A l'exception de celles qui figurent dans les « formulaires et tables », toutes les relations utilisées doivent être établies. Le simple fait de recopier une formule des « formulaires et tables » ne constitue pas une réponse valable et ne donne pas lieu à une attribution de points.

Nombre de points obtenus :

Physique : sur 20 pts

Applications des mathématiques : sur 40 pts

Total : sur **60 pts**

Note

Examineur(s)-trice(s) en charge de la correction :

.....

.....

Remarque éventuelle :

.....

Partie « PHYSIQUE »

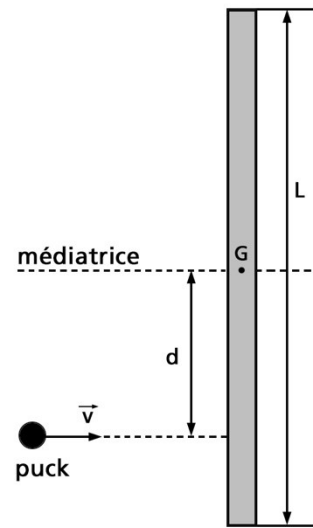
Durée indicative : 60 minutes

Problème 1 (10 points)

Une canne de hockey repose sur une surface de glace parfaitement lisse et horizontale, sur laquelle elle peut glisser sans frottements. La canne de hockey peut être assimilée à une tige de masse M et de longueur L .

Un puck de masse m vient heurter la barre avec une vitesse de grandeur v , parallèlement à la médiatrice de la barre, à une distance d de celle-ci. La collision est élastique.

Déterminer la masse m en fonction de M , L et d pour que le puck s'immobilise immédiatement après la collision.



Problème 2 (10 points)

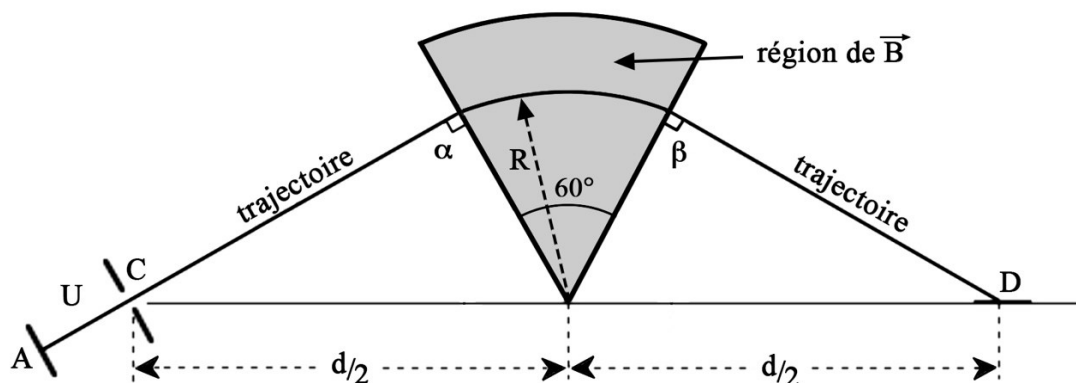
Dans le spectromètre de masse schématisé dans le dessin ci-dessous, les ions positifs (charge q , masse m) sont accélérés entre A et C par une tension U .

Ils traversent un champ magnétique B perpendiculaire au plan de la feuille qui couvre un secteur de 60° et arrivent sur un détecteur en D.

La trajectoire est celle représentée sur le dessin, les angles α et β sont droits.

La force de pesanteur pourra être négligée pour le traitement du problème.

- Déterminer le sens de B pour les ions qui suivent la trajectoire indiquée.
- Déterminer le rapport q/m en fonction des données et de la distance $d = CD$.
(Indication : établir d'abord la relation géométrique entre la distance d et le rayon de courbure R de la portion circulaire de la trajectoire).
- Des ions de même charge, mais de masse supérieure à celle des ions précédents arrivent ensuite dans le champ magnétique. On règle la tension U pour qu'ils aient la même vitesse que les ions précédents.
Expliquer, dans ces conditions, ce qui se passe quant à leur trajectoire et faire un schéma de la situation comparant les trajectoires des deux types d'ions.



Partie « APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES »

Durée indicative : 120 minutes

Problème 1 (18 points)

Première partie

On considère l'équation différentielle $y' + \tan(x) \cdot y = 2x \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$ avec $x \in [0;1]$.

On note s la solution particulière de l'équation satisfaisant la condition initiale $s(0) = 2$.

a) Estimer, avec 3 décimales, la valeur de $s(1)$ en employant la méthode d'Euler avec 2 pas.

b) Déterminer la solution générale de l'équation différentielle.

Indication : $-\ln(\cos(x))$ est une primitive de $\tan(x)$ si $x \in [0;1]$.

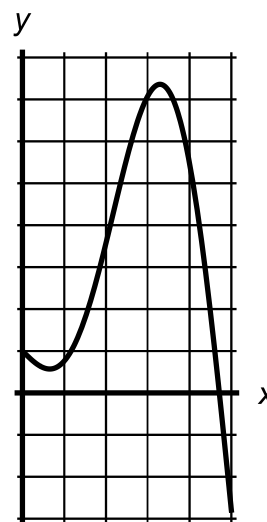
Deuxième partie

On considère la fonction f donnée par $f(x) = 1 + \sin(x) - 2x \cdot \cos(x)$.

Le graphe de f est représenté ci-contre pour $x \in [0;5]$ et on cherche dans les deux questions suivantes une estimation de x_0 , le zéro de f .

c) En employant la méthode de la bisection, à partir d'un intervalle de longueur 1, trouver un nombre x_0 tel que $|f(x_0)| < 0.4$. Donner x_0 avec 2 chiffres après la virgule.

d) En employant une fois la formule de la tangente (ou de Newton), avec une valeur initiale entière, trouver une nouvelle estimation de x_0 , toujours avec 2 chiffres après la virgule.



Problème 2 (13 points)

Le graphe d'une fonction polynômiale du troisième degré $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ passe par les points $P_1(-1;0)$ et $P_2(2;0)$. Au point $P_1(-1;0)$ la pente de la tangente au graphe vaut 15 et au point $P_2(2;0)$ la pente de la tangente au graphe vaut 12.

a) Écrire un système de 4 équations dont les 4 inconnues sont les coefficients a , b , c et d du polynôme.

b) Résoudre le système d'équations en utilisant la méthode de Gauss et en explicitant chaque étape de la démarche. En déduire l'expression de la fonction f .

c) Écrire $f(x)$ sous la forme d'un produit de 3 polynômes du premier degré à coefficients entiers.

Si la fonction f n'a pas été trouvée à la question précédente, traiter cette nouvelle question avec la fonction de rechange $g(x) = 3x^3 - 7x^2 - 2x + 8$ dont le graphe passe également par les points $P_1(-1;0)$ et $P_2(2;0)$.

Problème 3 (9 points)

a) Yves place un capital de 20'000 francs sur un compte bancaire dont le taux d'intérêt annuel est égal à 3%. De quelle somme disposera-t-il dans 300 jours ?

b) Christian a placé un certain capital sur un compte bancaire dont le taux d'intérêt annuel a évolué de la manière suivante :

- Pendant les 300 premiers jours, le taux annuel était égal à 3%.
- Pendant les 395 jours suivants, le taux annuel était égal à 4%.
- Pendant les 400 derniers jours, le taux annuel était égal à 6%.

Patrick a placé le même capital que Christian, pendant le même nombre total de jours, sur un compte bancaire dont le taux d'intérêt annuel est resté constant pendant toute la durée du placement.

Déterminer le taux d'intérêt annuel appliqué au placement de Patrick, sachant qu'il a obtenu le même capital final que Christian. Donner ce taux en %, avec 3 chiffres après la virgule, donc sous la forme 1.234%. On supposera que chaque année comptable contient 365 jours.

c) Alexandre a emprunté une certaine somme d'argent à une banque, le taux d'intérêt annuel étant de 4%. Il rembourse son emprunt en versant à la fin de chaque mois une mensualité de 1013 francs. Déterminer la somme qu'Alexandre a empruntée, sachant qu'après 16 versements sa dette aura diminué de moitié.