



## Examen suisse de maturité, session d'été 2025

### PHYSIQUE & APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES EN OPTION SPÉCIFIQUE

Candidat-e : Nom : ..... Prénom : ..... Numéro : .....

Durée : 3 heures

Matériel autorisé: Calculatrice non programmable, formulaires et tables CRC/CRM/CRP  
non annotés, règle, équerre, rapporteur, compas.

Total de points : 60

#### Consignes générales

L'épreuve écrite dure 3 heures avec une répartition conseillée d'une heure pour la partie Physique et de deux heures pour la partie Applications des Mathématiques. Les points étant répartis pour 1/3 à la Physique et 2/3 aux Applications des Mathématiques. Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement tous les problèmes.

Avant de débiter, contrôler le présent document, notamment l'ordre et le nombre de pages. Présenter sur un feuillet les problèmes de Physique et sur un deuxième feuillet les problèmes d'Applications des Mathématiques. Indiquer clairement sur chacun de ceux-ci son nom, prénom et numéro. A la fin de l'examen, il faut rendre ce document avec le travail.

Nombre de points obtenus :

Partie A : PHYSIQUE ..... sur 20 pts

Partie B : APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES ..... sur 40 pts

**Total :** ..... sur **60 pts**

Note

Examineur(s)-trice(s) en charge de la correction : .....

.....

Remarque éventuelle : .....

.....

## Partie A « PHYSIQUE »

Durée indicative : 60 minutes

Avant toute application numérique, une solution algébrique est exigée.

A l'exception de celles qui figurent dans les « formulaires et tables », toutes les relations utilisées doivent être établies.

### Problème 1 (10 pts)

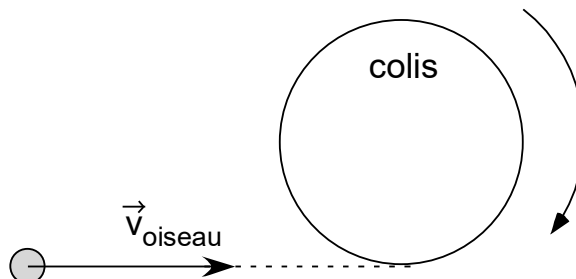
Remarques : - Les questions de ce problème sont indépendantes les unes des autres.  
- Toutes les vitesses et vitesses angulaires sont données par rapport au sol.

On effectue la livraison d'un colis de forme cylindrique, plein et homogène avec un drone. L'axe du colis est vertical. Le drone a une masse  $m_{\text{drone}} = 4,10 \text{ kg}$  et un moment d'inertie  $I_{\text{drone}} = 0,0154 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ . Le colis a une masse  $m_{\text{colis}} = 1,58 \text{ kg}$ , un rayon  $r = 5,40 \text{ cm}$  et une hauteur  $h = 17,0 \text{ cm}$ .

Au moment du largage, considéré comme instantané, l'ensemble est situé à une hauteur de 20,0 m et le drone est en vol stationnaire. Juste avant le largage, l'ensemble est totalement immobile. Le cylindre est libéré avec une vitesse verticale nulle, mais avec une vitesse de rotation valant  $\omega'_{\text{colis}} = 10,0 \text{ rad/s}$  autour de son axe vertical. Vu du dessus, le cylindre tourne dans le sens horaire. Le drone se met également à tourner. Des moteurs se mettent alors en fonction et, en un temps  $\Delta t_{\text{arrêt}} = 1,25 \text{ s}$ , ils permettent au drone d'arrêter de tourner.

- a) Calculer le temps de chute théorique  $\Delta t_{\text{chute}}$  du colis avant l'impact au sol avec des frottements de l'air négligeables.
- b) i) Immédiatement après le largage, calculer la vitesse angulaire  $\omega'_{\text{drone}}$  du drone.  
ii) Calculer la grandeur  $M_{\text{drone}}$  du moment de force (considéré comme constant) nécessaire pour faire en sorte que le drone ne tourne plus autour d'un axe vertical. Quelles sont la direction et le sens de ce moment de force ?

Lors de sa descente, le colis entre en collision, considérée comme élastique et instantanée, avec un oiseau, considéré comme ponctuel, de masse  $m_{\text{oiseau}} = 120 \text{ g}$  volant horizontalement à la vitesse  $v_{\text{oiseau}} = 15,2 \text{ km/h}$ . Au moment du choc, la trajectoire de l'oiseau est tangentielle au colis et opposée à la rotation du colis sur lui-même (voir schéma ci-dessous vu du dessus). Après le choc, l'oiseau est arrêté.



- c) Calculer la nouvelle vitesse angulaire  $\omega''_{\text{colis}}$  du colis. Dans quel sens tourne-t-il ?

## Problème 2 (10 pts)

Les deux parties de ce problème peuvent être résolues de manière indépendante.

### a) Solénoïde

Un solénoïde possède  $N$  spires. Son rayon est  $r_s$  et sa longueur  $L \gg r_s$ . Démontrer que l'expression de l'intensité du champ magnétique  $B_s$  à l'intérieur du solénoïde parcouru par un courant  $I_s$  est donnée par

$$B_s = \mu_0 \frac{NI_s}{L}$$

### b) Induction

On reprend le solénoïde précédent de longueur  $L = 1,00$  m, de rayon  $r_s = 2,00$  cm et ayant  $N = 1000$  spires. Entourant ce dernier, on dispose un anneau métallique d'un rayon  $r_a = 5r_s$  comme représenté sur la figure. L'anneau est constitué d'un fil de cuivre de diamètre  $d = 1,00$  mm. Les deux éléments sont disposés de manière à ce que leurs axes soient confondus.

- i) Sur les deux schémas de la figure, dessiner quelques lignes de champ magnétique du solénoïde.

À l'instant  $t$ , le courant dans le solénoïde augmente à un rythme  $\lambda = 12,0$  A/s. On considère que le champ magnétique à l'extérieur du solénoïde est négligeable.

- ii) Sur le schéma de gauche de la figure, dessiner le sens du courant induit  $I_a$  dans l'anneau. Expliquer dans le détail.
- iii) Calculer l'intensité du courant électrique  $I_a$  parcourant l'anneau à l'instant  $t$ .

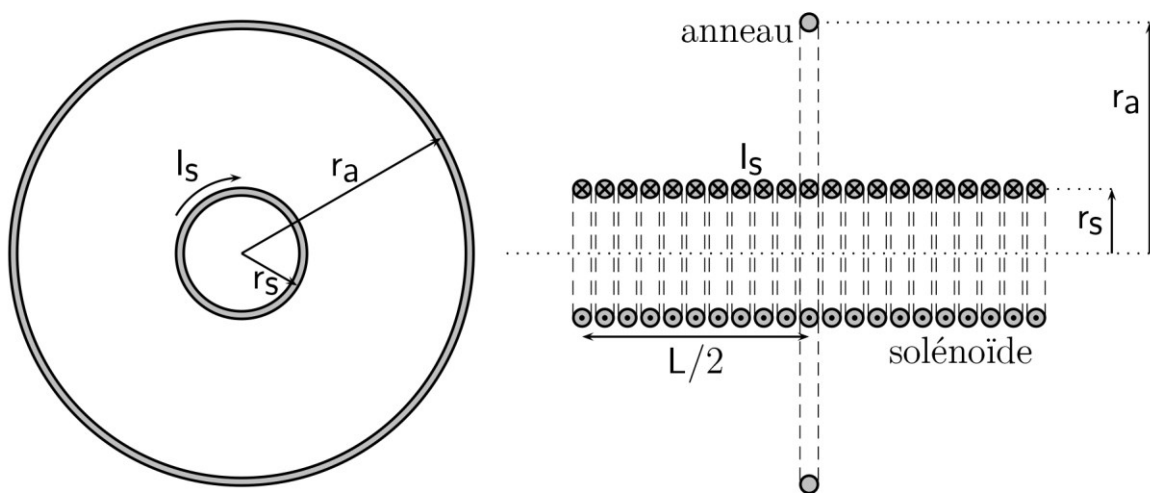


Figure : À gauche; vue de côté. Un anneau de cuivre de rayon  $r_a$  entourant le solénoïde de rayon  $r_s$ , parcouru par un courant  $I_s$  croissant. À droite; vue en coupe de la même situation. Le sens du courant est indiqué dans la coupe des fils. Les schémas ne respectent pas les proportions.

## Partie B « APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES »

Durée indicative : 120 minutes

### **Problème 1** (10 points)

On considère l'équation différentielle  $y' = \frac{2xy}{x^2+1} + x^2 + k$  où  $k$  est un nombre réel.

On note  $s$  la solution particulière de l'équation satisfaisant la condition initiale  $s(0) = 5$ .

- a) On emploie la méthode d'Euler en 2 pas pour estimer, en fonction de  $k$ , la valeur de  $s(2)$ .  
Trouver la valeur de  $k$  pour laquelle cette estimation vaut 2.

On pose  $k = 1$ . L'équation devient alors  $y' = \left( \frac{2x}{x^2+1} \right) y + x^2 + 1$ .

- b) Calculer la dérivée de la fonction  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$  (le résultat sera utile pour la suite).

- c) Déterminer la solution générale de l'équation différentielle, puis la solution particulière  $s(x)$  telle que  $s(0) = 5$ .

### **Problème 2** (10 points)

On considère le polynôme  $p$  donné par  $p(x) = 24x^3 - 74x^2 + 11x + 60$ .

- a) Expliquer pourquoi ce polynôme possède un zéro dans l'intervalle  $[-2 ; 0]$ .
- b) Vérifier qu'en partant de l'intervalle  $[-2 ; 0]$ , avec 3 itérations de l'algorithme de la bisection, on trouve la valeur exacte de ce zéro. Faire les calculs avec des fractions (ou des nombres entiers), en employant le schéma de Horner quand il est nécessaire d'évaluer le polynôme en des valeurs non entières.
- c) Écrire le polynôme  $p$  sous la forme d'un produit de 3 polynômes du premier degré à coefficients entiers.

Si le zéro de  $p$  n'a pas été trouvé à la question précédente, factoriser le polynôme

$q(x) = 24x^3 - 62x^2 - 35x + 100$  dont un zéro est  $-\frac{5}{4}$ .

### **Problème 3** (20 points)

On donne les points  $P_1(0;0)$ ,  $P_2(1;2)$ ,  $P_3(3;10)$  et  $P_4(4;4k)$  où  $k$  est un nombre réel.

On note  $\bar{x}$  la moyenne des abscisses de ces points et  $\bar{y}$  la moyenne des ordonnées de ces points. On note encore  $\text{Var}(X)$  la variance des abscisses et  $\text{Var}(Y)$  la variance des ordonnées.

- a) Déterminer la valeur de  $k$  pour laquelle  $\bar{x} = \bar{y}$ .
- b) Calculer  $\text{Var}(X)$ .
- c) Calculer  $\text{Var}(Y)$  en fonction de  $k$ , puis déterminer la valeur de  $k$  pour laquelle  $\text{Var}(Y)$  est minimale.

On s'intéresse maintenant à la droite de régression de  $y$  en  $x$ , d'équation  $y = ax + b$ .

Le coefficient de corrélation correspondant, noté  $\rho(X,Y)$ , dépend du nombre  $k$  présent dans les coordonnées du point  $P_4$ .

- d) Trouver la valeur de  $k$  pour laquelle  $\rho(X,Y) = 0$ .
- e) Expliquer par un argument géométrique pourquoi il n'existe aucune valeur de  $k$  pour laquelle  $\rho(X,Y) = 1$ .
- f) Déterminer la valeur de  $k$  pour laquelle la pente de la droite de régression vaut 4. Donner ensuite l'équation de cette droite.

Pour la fin du problème, on pose  $k = \frac{17}{4}$ , de sorte qu'on a  $P_4(4;17)$ .

On considère la famille de paraboles d'équation  $y = cx^2$  où  $c$  est un nombre réel. Toutes ces paraboles ont  $S(0;0)$  comme sommet.

- g) Déterminer la valeur de  $c$  pour laquelle la somme des carrés des distances verticales entre la parabole et les quatre points  $P_1(0;0)$ ,  $P_2(1;2)$ ,  $P_3(3;10)$  et  $P_4(4;17)$  est minimale.

Il n'est pas nécessaire d'avoir traité le début du problème pour répondre à cette dernière question.