



Examen suisse de maturité, session d'hiver 2023

PHYSIQUE & APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES, OPTION SPÉCIFIQUE

Candidat-e : Nom : Prénom : Numéro :

Durée : 3h

Matériel autorisé : calculatrice et formulaires/tables

Total de points : 60 points

Consignes générales

Avant de débuter, le candidat ou la candidate contrôle le présent document, notamment l'ordre et le nombre de pages. A la fin de l'examen, il ou elle rend ce document avec son travail.

Les réponses se font sur papier libre. Le candidat ou la candidate présente sur un feuillet les problèmes de Physique et sur un deuxième feuillet les problèmes d'Applications des mathématiques. Il ou elle indique clairement sur chacun de ceux-ci son nom, prénom et numéro.

L'épreuve écrite dure 3 heures réparties en une heure pour la partie Physique et deux heures pour la partie Applications des Mathématiques, les points étant répartis à 1/3 pour Physique et 2/3 pour Applications des mathématiques. Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement tous les problèmes.

Pour les problèmes de la partie Physique, avant toute application numérique, une solution algébrique et un contrôle des unités sont exigés. Les réponses aux problèmes doivent comporter les explications et justifications nécessaires. A l'exception de celles qui figurent dans les « formulaires et tables », toutes les relations utilisées doivent être établies. Le simple fait de recopier une formule des « formulaires et tables » ne constitue pas une réponse valable et ne donne pas lieu à une attribution de points.

Nombre de points obtenus :

Physique :		sur 20 pts
Applications des mathématiques :		sur 40 pts
Total :		sur 60 pts

Note

Examineur(s)-trice(s) en charge de la correction :

.....

Remarque éventuelle :

.....

Partie « PHYSIQUE »

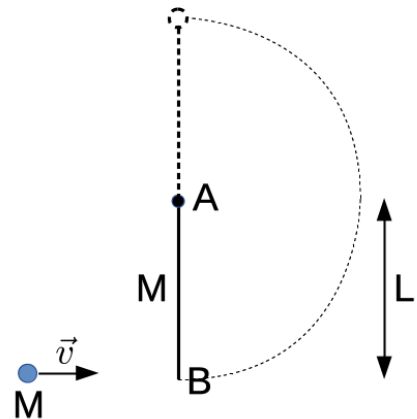
Durée indicative : 60 minutes

Phy - Problème 1 (8 points)

Dans ce problème, tous les frottements sont négligeables.

Un barreau AB rigide et uniforme, de masse M et de longueur L est libre de tourner dans un plan vertical autour d'un axe horizontal placé à son extrémité A, comme sur le schéma ci-contre. Un morceau de pâte à modeler, que l'on peut considérer comme ponctuel, également de masse M , est jeté horizontalement à la vitesse $\vec{v}$ à l'extrémité inférieure B alors que le barreau est au repos. La pâte se colle alors au barreau.

Quelle doit être la vitesse minimale de la boule de pâte à modeler pour que le barreau fasse un tour complet autour de A ?

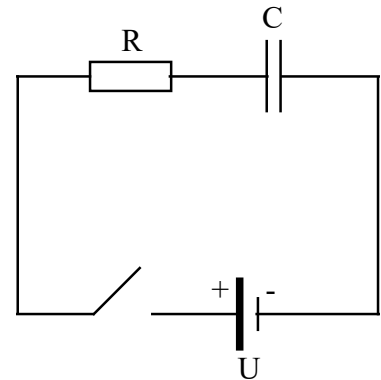


Remarque importante : Pendant le choc, on ne peut pas considérer que la résultante des forces est nulle. En revanche, la somme des moments de force est nulle.

Phy - Problème 2 (12 points)

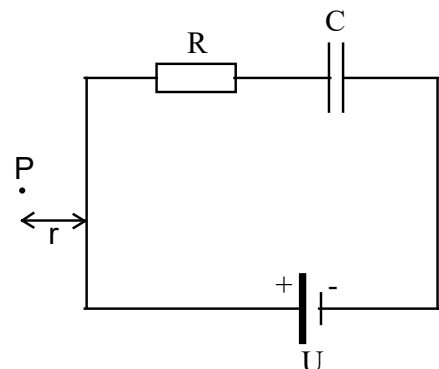
- a) Un circuit est composé d'un générateur de tension continue U , d'un interrupteur, d'une résistance R et d'un condensateur de capacité C . Au temps $t = 0$ s, on ferme l'interrupteur.

A partir de la loi des mailles, écrire dans le détail les calculs qui permettent de déterminer la charge $Q(t)$ portée par le condensateur et le courant $I(t)$ dans le circuit.



- b) A l'aide du théorème d'Ampère, calculer la valeur B du champ d'induction magnétique en un point P situé à une distance r du fil de gauche (voir schéma) au temps $t = 0$ s, c'est-à-dire au moment où l'interrupteur est fermé. On fera l'hypothèse que ce fil est infiniment long, de telle sorte que les contributions du reste du circuit soient négligeables. Il est demandé de justifier les choix faits pour répondre à la question. Toutes les étapes doivent être justifiées. Exprimer B en fonction de U , R , C et r .

Quelles sont la direction et le sens de ce champ d'induction ?



Partie « Applications des mathématiques »

Durée indicative : 120 minutes

A.M. - Problème 1 (12 points)

On considère l'équation différentielle $y' = \frac{3y}{x} - \frac{8}{x^3}$ et on note s sa solution particulière satisfaisant la condition initiale $s(1) = k$, où k est un nombre réel.

- On emploie la méthode d'Euler pour estimer en 2 pas la valeur de $s(3)$.
Trouver la valeur de k pour laquelle cette estimation vaut 9.
- Déterminer la solution générale de l'équation différentielle.
- On pose $k = 2$. Déterminer alors $s(x)$.

A. M. - Problème 2 (16 points)

On donne les points $P_1(0;0)$, $P_2(1;1)$, $P_3(2;3)$ et $P_4(3;4)$.

- Déterminer l'équation de la droite de régression de y en x qui approche ces points.
- Déterminer la valeur de k pour laquelle la somme des carrés des distances verticales entre la parabole d'équation $y = k \cdot x^2$ et les quatre points donnés est minimale. On ne demande pas de vérifier que la valeur trouvée correspond bien à une somme minimale.
- Le graphe du polynôme du troisième degré $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ passe par les quatre points donnés. Écrire un système de 4 équations dont les inconnues sont les coefficients du polynôme, puis résoudre le système en utilisant la méthode de Gauss.



A.M. - Problème 3 (12 points)

- Alexandre emprunte 30'000 francs à une banque, le taux d'intérêt annuel étant de 3%. Il rembourse son emprunt en versant à la fin de chaque mois une mensualité de 976 francs. Combien de versements doit-il effectuer pour que son emprunt soit entièrement remboursé ?
- Bertrand emprunte 200'000 francs à une banque, le taux d'intérêt annuel étant de 3.5%. Il rembourse son emprunt en versant à la fin de chaque année une annuité de 10'000 francs. Une fois qu'il a effectué 10 versements, la banque l'informe que le taux d'intérêt annuel passe à 4.5% avec effet immédiat. Il décide alors de rembourser la dette restante en 10 nouvelles annuités. À combien doit s'élever le montant de ces 10 annuités (toutes égales) ?
- Caroline a placé un capital sur un compte bancaire dont le taux d'intérêt annuel a évolué de la manière suivante :
 - Pendant les 200 premiers jours, le taux annuel était égal à 3% ;
 - Pendant les 280 jours suivants, le taux annuel était égal à 4% ;
 - Pendant les 250 derniers jours, le taux annuel était égal à un nombre inconnu t .

Déterminer la valeur de t , sachant que le taux d'intérêt annuel moyen de ce placement s'est élevé à 3.98%. On supposera que chaque année comptable contient 365 jours.