



Examen suisse de maturité, session d'été 2023

PHYSIQUE & APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES, OPTION SPÉCIFIQUE

Candidat-e: Nom: Prénom: Numéro:

Durée : 3h

Matériel autorisé : calculatrice et formulaires/tables

Total de points : 60 points

Consignes générales

Avant de débiter, le candidat ou la candidate contrôle le présent document, notamment l'ordre et le nombre de pages. A la fin de l'examen, il ou elle rend ce document avec son travail.

Les réponses se font sur papier libre. Le candidat ou la candidate présente sur un feuillet les problèmes de Physique et sur un deuxième feuillet les problèmes d'Applications des mathématiques. Il ou elle indique clairement sur chacun de ceux-ci son nom, prénom et numéro.

L'épreuve écrite dure 3 heures réparties en environ une heure pour la partie Physique et environ deux heures pour la partie Applications des Mathématiques, les points étant répartis à 1/3 pour Physique et 2/3 pour Applications des mathématiques. Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement tous les problèmes.

Pour les problèmes de la partie Physique, avant toute application numérique, une solution algébrique et un contrôle des unités sont exigés. Les réponses aux problèmes doivent comporter les explications et justifications nécessaires. A l'exception de celles qui figurent dans les « formulaires et tables », toutes les relations utilisées doivent être établies. Le simple fait de recopier une formule des « formulaires et tables » ne constitue pas une réponse valable et ne donne pas lieu à une attribution de points.

Nombre de points obtenus :

Physique : sur 20 pts

Applications des mathématiques : sur 40 pts

Total : sur **60 pts**

Note

Examineur(s)-trice(s) en charge de la correction :

.....

Remarque éventuelle :

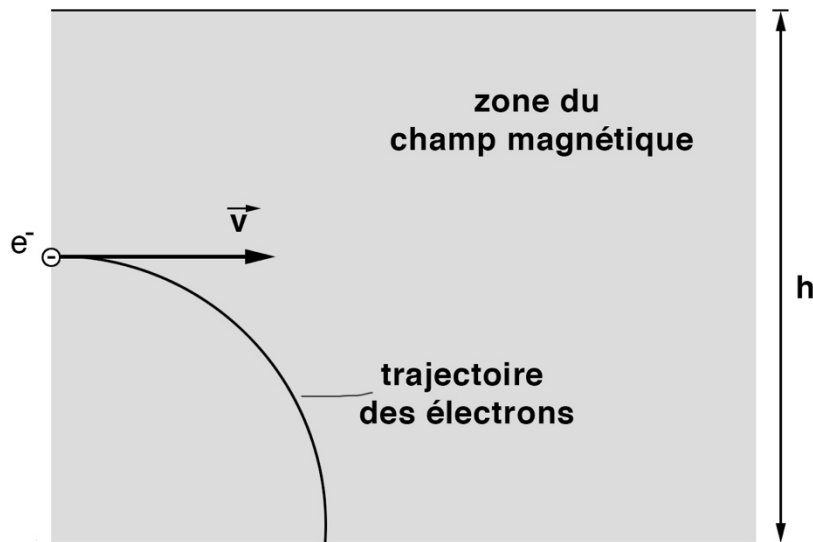
.....

Partie « PHYSIQUE »

Durée indicative : 60 minutes

PHYSIQUE – Problème 1 (7 points)

Un champ magnétique uniforme est établi dans une région de hauteur $h = 1,1 \text{ mm}$. Parallèlement à ces limites et à mi-distance de celles-ci, des électrons entrent avec une vitesse $v = 2,2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ et décrivent une trajectoire en quart de cercle dans la région du champ magnétique. Ils sortent perpendiculairement à la limite inférieure de la région du champ.



- a) Déterminer les caractéristiques du champ magnétique (direction et sens sur un dessin) et montrer qu'il doit avoir une grandeur de $2,275 \text{ mT}$ pour que les électrons aient la trajectoire décrite ci-dessus.
- b) Combien de temps les électrons passent-ils dans la zone où règne le champ magnétique ?

On dispose d'un condensateur plan dont les plaques sont à une distance d ($d > h$) l'une de l'autre.

Le champ magnétique restant inchangé, on installe le condensateur et le charge de manière à ce que les électrons de vitesse v soient désormais animés d'un mouvement rectiligne uniforme.

- c) Refaites un schéma qui comporte les forces que subissent les électrons, le champ électrique entre les plaques et la position du condensateur.
- d) Déterminer algébriquement et numériquement le champ électrique entre les plaques du condensateur.

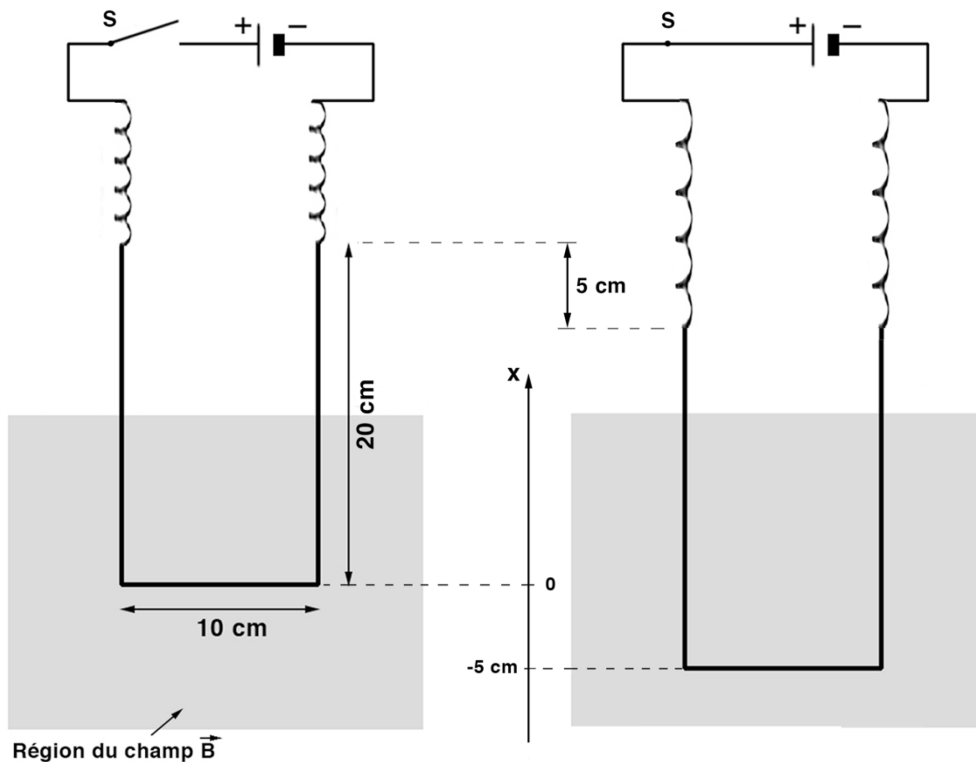
PHYSIQUE – Problème 2 (13 points)

Une tige de cuivre en forme de U, de 2 mm de diamètre, est suspendue à deux ressorts identiques de masse négligeable.

La tige de cuivre, indéformable, se trouve plongée jusqu'à mi-hauteur dans un champ magnétique uniforme de grandeur $B = 0,1 \text{ T}$.

Lorsqu'on ferme l'interrupteur S, un courant de 10 A parcourt la tige de cuivre. Elle se retrouve alors à l'équilibre à 5 cm en-dessous de sa position précédente.

- Indiquer à l'aide d'un dessin la direction et le sens du champ B ainsi que les différentes forces agissant sur la tige.
- Montrer que la raideur de la combinaison des deux ressorts vaut $k = 2 \text{ N/m}$.
- Au temps $t = 0 \text{ s}$, on ouvre l'interrupteur. Calculer la fréquence du mouvement oscillatoire (supposé non-amorti) qui se produit alors.
- Établir l'horaire $x(t)$ de la barre dans le référentiel vertical indiqué sur le schéma ci-dessous. A quel moment le mobile atteint-il pour la première fois le point correspondant à la moitié de l'amplitude des oscillations au-dessus de la position d'équilibre ? Calculer son accélération à ce moment-là.



Partie « APPLICATION DES MATHÉMATIQUES »

Durée indicative : 120 minutes

APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES – Problème 1 (20 points)

On considère l'équation différentielle $y' = -\frac{y}{2x} + 5x + 3$ et on note s sa solution particulière satisfaisant la condition initiale $s(1) = -2$.

- Employer la méthode d'Euler pour estimer en 2 pas la valeur de $s(2)$. Donner l'estimation obtenue sous forme d'une fraction irréductible.
- Déterminer la solution générale de l'équation différentielle.
- Prouver que $s(x) = 2x(x+1) - \frac{6}{\sqrt{x}}$.

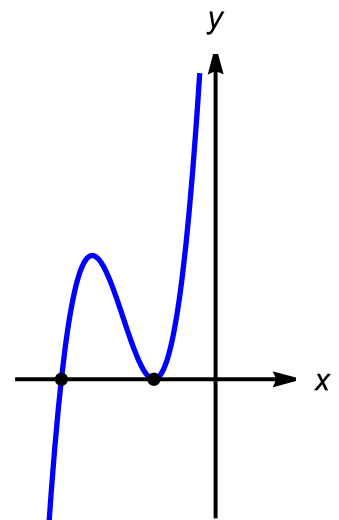
Les calculs faits pour répondre à la question a) peuvent laisser penser que la fonction s admet un zéro dans l'intervalle $\left[1; \frac{3}{2}\right]$.

- Prouver que la fonction s admet bien un zéro dans l'intervalle $\left[1; \frac{3}{2}\right]$.
- Trouver un intervalle de longueur $\frac{1}{8}$ qui contient ce zéro en appliquant la méthode de la bisection. Présenter les calculs effectués avec 3 décimales.
- Estimer ce zéro en appliquant une fois la formule de Newton (méthode de la tangente) à partir de la valeur initiale $x_0 = 1$.

APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES – Problème 2 (13 points)

On considère le polynôme p donné par $p(x) = 16x^3 + 36x^2 + 24x + 5$. Son graphe est esquissé ci-contre.

- Écrire ce polynôme sous la forme d'un produit de 3 polynômes du premier degré à coefficients entiers.
- Trouver le polynôme du troisième degré t qui possède les mêmes zéros que p et dont le graphe passe par le point $P(-2; -9)$.
- On considère encore le polynôme du troisième degré h , donné par $h(x) = p(x) + k \cdot x$, où k est un nombre réel.
Déterminer la valeur de k pour laquelle le polynôme h ne possède qu'un point à tangente horizontale.



APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES – Problème 3 (7 points)

Vingt candidats se sont présentés à un examen de mathématiques. On a reporté leurs résultats dans le tableau ci-dessous :

Note	1	2	3	4	5	6
Effectif	1	3	6	5	3	2

Ainsi, un candidat a obtenu la note 1, trois candidats ont obtenu la note 2, et ainsi de suite. Déterminer :

- la moyenne ainsi que l'écart-type de ces résultats ;
- la médiane de ces résultats.