



Examen suisse de maturité, session d'hiver 2020

PHYSIQUE & APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES EN OPTION SPECIFIQUE

Durée : 3h

Candidat-e : Nom : Prénom : Numéro :

L'épreuve écrite dure 3 heures réparties en deux heures pour la partie Applications des Mathématiques et une heure pour la partie Physique, les points étant répartis à 2/3 pour Applications des mathématiques et 1/3 pour Physique. Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement tous les problèmes.

Le candidat présente sur un feuillet les problèmes de Physique et sur un deuxième feuillet les problèmes d'Applications des mathématiques. Il numérote les pages et indique clairement sur chaque feuille son nom, prénom et numéro. A la fin de l'examen, il place son travail à l'intérieur de ce document et le rend au personnel assurant la surveillance.

Partie A : PHYSIQUE / 20 points

Partie B : APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES / 40 points

Total / 60 points

Note :

Partie A « Physique »

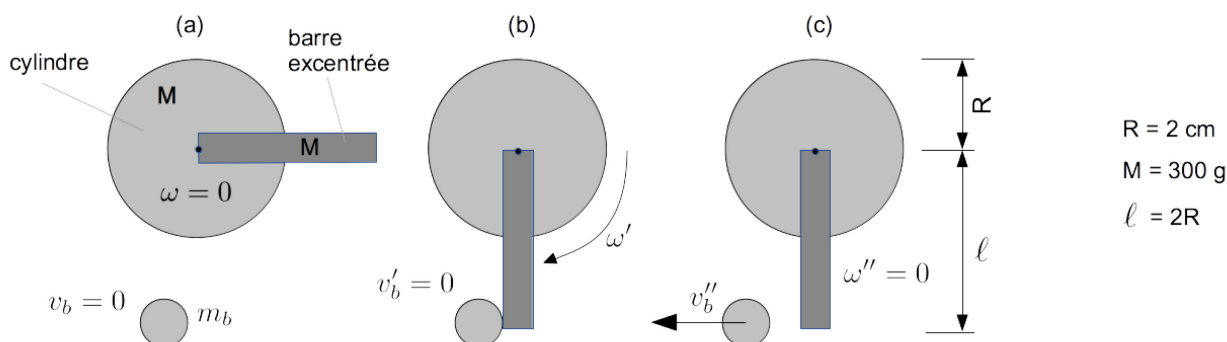
Durée indicative : 60 minutes

- Avant toute application numérique, une solution algébrique et un contrôle des unités sont exigés.
- Les réponses aux problèmes doivent comporter les explications et justifications nécessaires.
- A l'exception de celles qui figurent dans les « formulaires et tables », toutes les relations utilisées doivent être établies.
- Le simple fait de recopier une formule des « formulaires et tables » ne constitue pas une réponse valable et ne donne pas lieu à attribution de points.

Valeurs numériques :

- Pour l'accélération « g » de la pesanteur terrestre, prendre $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
- Donnez vos résultats en unités du Système International d'unités, avec 3 chiffres significatifs.

Problème 1 (12 points)



Un cylindre de masse M peut tourner autour de son centre.

Une barre de même masse M et de longueur $\ell = 2R$ est fixée sur le flanc du cylindre comme l'indique le dessin ci-dessus (a).

Sous l'action du poids de la barre, le système cylindre-barre se met à tourner.

Au moment où la barre est en position verticale (b), celle-ci heurte une bille immobile de masse m_b .

Le choc est élastique.

La bille est expédiée vers la gauche alors que le système cylindre-barre est immobilisé (c).

- a) Montrer que, dans la situation (b), juste avant le choc, la vitesse ω' du cylindre s'écrit

$$\omega' = \sqrt{\frac{12g}{11R}}. \text{ Calculer ensuite sa valeur numérique.}$$

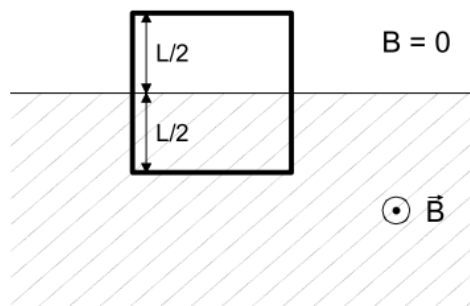
- b) Montrer, en posant deux équations de conservation, que $m_b = \frac{11}{24}M$ pour que la situation (c) soit réalisée.

- c) Calculer la vitesse V_b'' de la bille en (c).

Problème 2 (8 points)

Un cadre métallique carré de largeur $L = 30 \text{ cm}$ est immobile et à moitié plongé dans un champ magnétique. Celui-ci est perpendiculaire au cadre, uniforme dans le demi-plan (zone hachurée), mais variable : il décroît linéairement de $0,5 \text{ T}$ à 0 T durant un temps de $0,1 \text{ s}$.

Le cadre a une résistance $R = 2\Omega$.



- a) Dessiner sur la figure ci-contre le sens du courant induit, et calculer sa valeur.
- b) Dessiner les forces qui agissent sur les côtés du cadre, et calculer la force résultante à l'instant où le champ B vaut $0,25 \text{ T}$.

Partie B « Applications des mathématiques »

Durée indicative : 120 minutes

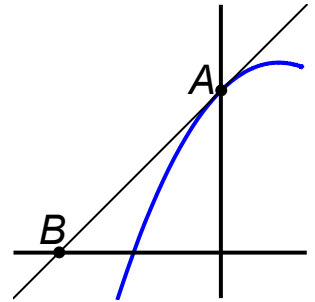
Problème 1 (15 points)

On donne l'équation différentielle $2y' + y = -2\sin(x) \cdot e^{-\frac{1}{2}x}$ et on appelle s la solution de l'équation dont le graphe passe par le point $P(0;1)$.

- En employant la méthode d'Euler avec des pas de longueur $\frac{1}{2}$, estimer $s(1)$.
Arrondir le résultat au centième.
- Trouver la solution générale de l'équation différentielle.
- Prouver que $s(x) = \cos(x) \cdot e^{-\frac{1}{2}x}$.

Problème 2 (10 points)

On a représenté ci-contre le graphe de la fonction $f(x) = 2e^{\frac{1}{2}x} - x^2$, la tangente au graphe de f en son point A d'abscisse 0, ainsi que le point d'intersection B de la tangente et de l'axe des abscisses.



- Déterminer l'abscisse du point B .
- En employant la méthode de la bisection, déterminer au dixième près le zéro négatif de la fonction f . Tirer profit, si possible, de la réponse à la question précédente pour obtenir le premier intervalle dans lequel se trouve le zéro cherché.

Problème 3 (15 points)

Le graphe d'une fonction polynômiale du troisième degré $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ passe par les points $P_1(1;0)$ et $P_2(-1;0)$. Au point $P_1(1;0)$ la pente de la tangente au graphe vaut 2 et au point $P_2(-1;0)$ la pente de la tangente au graphe vaut -10.

- Écrire un système de 4 équations dont les 4 inconnues sont les coefficients a , b , c et d du polynôme.
- Résoudre le système d'équations en utilisant la méthode de Gauss et en explicitant chaque étape de la démarche. En déduire l'expression de la fonction f .
- Écrire $f(x)$ sous la forme d'un produit de 3 polynômes du premier degré à coefficients entiers, puis esquisser son graphe.

Si la fonction f n'a pas été trouvée à la question précédente, traiter cette question avec la fonction de rechange $g(x) = -2x^3 + 5x^2 + 2x - 5$ dont le graphe passe également par les points $P_1(1;0)$ et $P_2(-1;0)$.