



Examen suisse de maturité, session d'hiver 2018

PHYSIQUE & APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES EN OPTION SPECIFIQUE

Durée : 3h

Candidat : Nom : Prénom : Numéro :

L'épreuve écrite dure 3 heures réparties en une heure pour la partie Physique et en deux heures pour la partie Applications des Mathématiques. Les points étant répartis à 1/3 pour Physique et à 2/3 pour Applications des mathématiques. Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement tous les problèmes.

Le candidat présente sur un feuillet les problèmes de Physique et sur un deuxième feuillet les problèmes d'Applications des mathématiques. Il indique clairement sur chacun de ceux-ci son nom, prénom et numéro.

Partie A : PHYSIQUE / 20 points

Partie B : APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES / 40 points

Total / 60 points

Note :

Partie A « Physique »

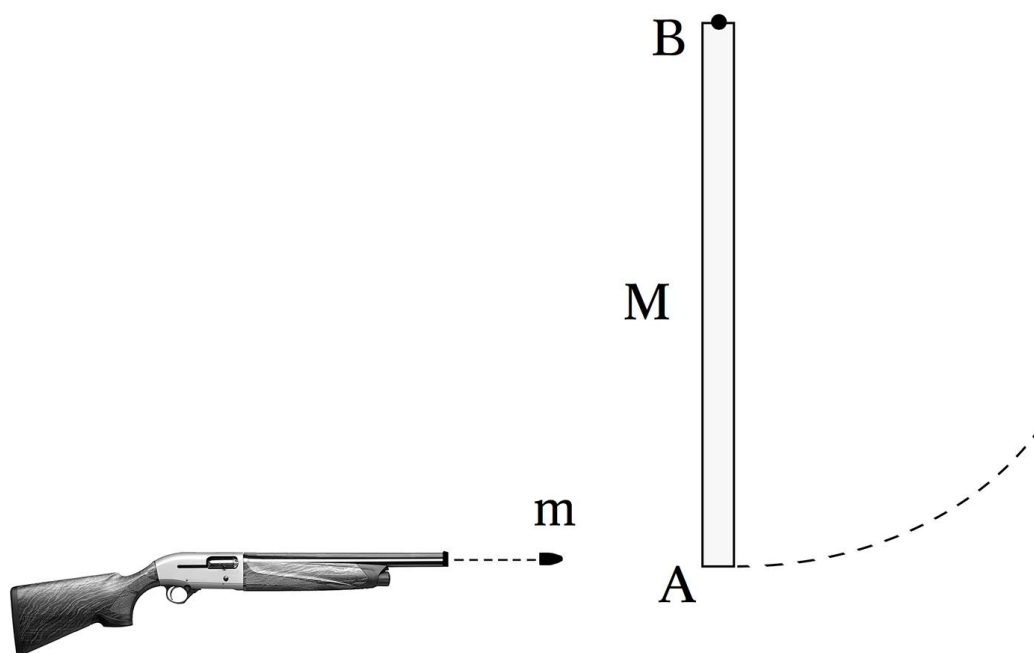
Durée indicative : 60 minutes

- Avant toute application numérique, une solution algébrique et un contrôle des unités sont exigés.
- Les réponses aux problèmes doivent comporter les explications et justifications nécessaires.
- A l'exception de celles qui figurent dans les « formulaires et tables », toutes les relations utilisées doivent être établies.
- Le simple fait de recopier une formule des « formulaires et tables » ne constitue pas une réponse valable et ne donne pas lieu à attribution de points.

Problème 1 (12 points)

Une balle de masse m sort du canon d'un fusil à la vitesse v . Le canon a une longueur l_c . La balle frappe le bout A d'une tige mince (longueur L , masse M) suspendue au point B.

Après l'impact, la balle reste encastrée dans la tige qui pivote autour de B avant de retomber.



- Quelle est la durée du parcours de la balle dans le canon?
(La force de propulsion est supposée constante tout au long du parcours dans le canon)
- De quel angle maximal la tige va-t-elle s'écarter de sa position d'équilibre après l'impact?

Indication : pendant la montée de la tige, on peut négliger la masse de la balle.

Les candidats qui n'ont pas trouvé la vitesse angulaire de départ de la tige peuvent continuer la résolution en admettant la valeur (fausse) de 5 radians par seconde.

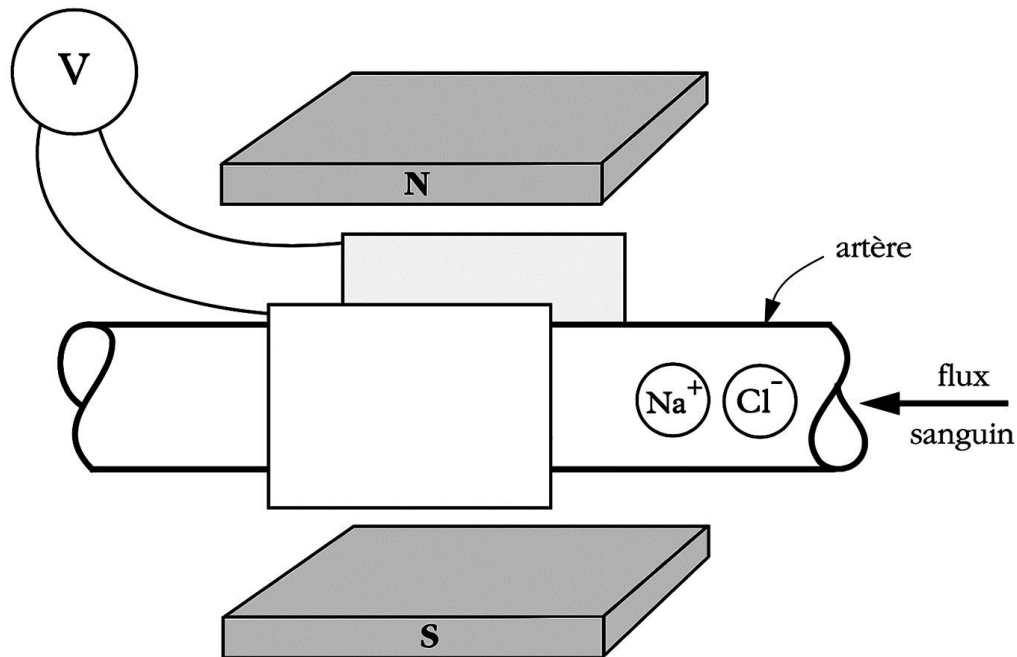
Données numériques :

$m = 15 \text{ g}$	$v = 800 \text{ m/s}$	$l_c = 30 \text{ cm}$
$AB = L = 50 \text{ cm}$	$M = 10 \text{ kg}$	

Problème 2 (8 points)

Pour mesurer le débit sanguin durant une opération, on a imaginé le dispositif illustré ci-dessous :

On place une artère dans un champ d'induction magnétique perpendiculaire au flux sanguin. Deux électrodes sont disposées de part et d'autre de l'artère, au contact de celle-ci. Le plan des électrodes est perpendiculaire au champ d'induction magnétique.



- a) En assimilant le flux sanguin à un écoulement laminaire d'ions positifs (Na^+) et négatifs (Cl^-), expliquez le principe de fonctionnement de ce débitmètre.

Votre explication comprendra un dessin en coupe du dispositif sur lequel figureront les forces subies par les ions.

- b) Etablissez l'expression du débit sanguin D en fonction de l'intensité du champ B , de la tension U mesurée au voltmètre, ainsi que du diamètre d de l'artère.

Exprimez la valeur de D en litres par minute.

Données numériques :

$d = 3.2 \text{ mm}$

$B = 50 \text{ mT}$

$U = 0.1 \text{ mV}$

Partie B « Applications des mathématiques »

Durée indicative : 120 minutes

Problème 1 (20 points)

On donne l'équation différentielle du premier ordre $2xy' + 2y = x^3$ et on appelle s la solution de l'équation dont le graphe passe par le point $T(2;2)$.

- a) Par la méthode d'Euler, estimer $s(3)$ en deux pas.
Donner le résultat sous forme d'une fraction.
- b) Établir une équation de la tangente au graphe de s au point T .
- c) Trouver la solution générale de l'équation différentielle.
- d) Prouver que $s(x) = \frac{x^4 + 16}{8x}$.
- e) Déterminer les extremums du graphe de s , puis représenter ce graphe.
Tracer également la tangente au graphe de s au point T .

Problème 2 (10 points)

On donne le polynôme du troisième degré $p(x) = 4x^3 - 36x^2 + 83x - 33$.

Déterminer le point d'inflexion du graphe de p , puis écrire ce polynôme sous la forme d'un produit de 3 polynômes du premier degré à coefficients entiers.

Problème 3 (10 points)

On donne la distribution de nombres suivante : 1, 1, 1, 1, 3, 4, 4, 6, 6, x où x est un nombre réel.

- a) Pour quelle valeur de x la médiane et la moyenne de cette distribution sont-elles égales ?
Pour cette question uniquement, on suppose que x est plus grand que 6.
- b) Pour quelles valeurs de x l'écart type de cette distribution est-il égal à $\frac{33}{10}$?
- c) Pour quelle valeur de x l'écart type de cette distribution est-il minimal ?