



Examen suisse de maturité, session d'été 2018

PHYSIQUE & APPLICATIONS DES MATHEMATIQUES EN OPTION SPECIFIQUE

Durée : 3h

Candidat : Nom : Prénom : Numéro :

L'épreuve écrite dure 3 heures réparties en deux heures pour la partie Applications des Mathématiques et une heure pour la partie Physique, les points étant répartis à 2/3 pour Applications des mathématiques et 1/3 pour Physique. Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement tous les problèmes.

Le candidat présente sur un feuillet les problèmes de Physique et sur un deuxième feuillet les problèmes d'Applications des mathématiques. Il indique clairement sur chaque feuille son nom, prénom et numéro.

Partie A : PHYSIQUE / 20 points

Partie B : APPLICATIONS DES MATHEMATIQUES / 40 points

Total / 60 points

Note :

Partie A « PHYSIQUE »

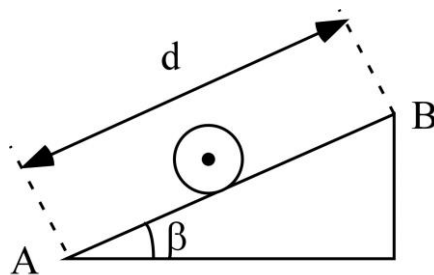
Durée indicative : 60 minutes

Avant toute application numérique, une solution algébrique est exigée.

A l'exception de celles qui figurent dans les « formulaires et tables », toutes les relations utilisées doivent être établies.

Problème 1 (14 pts)

Une boule pleine et homogène de masse m et de rayon r , possède au point A, situé en bas d'une pente, une vitesse $\vec{v}_A$ parallèle à la pente. Cette pente forme un angle β avec l'horizontale et a une longueur d . Le long de cette pente la boule roule **sans glisser**.

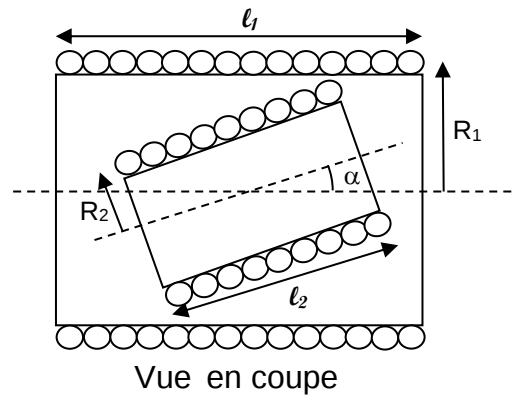


1. Représenter toutes les forces extérieures agissant sur la boule lors de sa montée.
2. Représenter l'accélération angulaire $\vec{\alpha}$ et l'accélération linéaire $\vec{a}$ de la boule lors de sa montée.
3. Calculer, en fonction de g et β , la norme de l'accélération linéaire de la boule lors de sa montée.
4. Calculer en fonction de v_A , g , d et β la norme de la vitesse de la boule au point B.

Problème 2 (6 pts)

Un solénoïde de longueur ℓ_1 est formé de N_1 spires circulaires de rayon R_1 . A l'intérieur de cette bobine se trouve une seconde bobine. Sa longueur est ℓ_2 et elle contient N_2 spires circulaires de rayon R_2 . Les axes des bobines se coupent suivant un angle α .

Dans la première bobine circule un courant qui croît linéairement en fonction du temps, selon la formule $I_1 = k \cdot t$. La seconde bobine est en circuit ouvert. Calculer la tension U_2 qui apparaît à ses bornes.



Application numérique :

$N_1 = 500$, $N_2 = 1000$, $R_1 = 2.5 \text{ cm}$, $R_2 = 1.5 \text{ cm}$, $\ell_1 = 10 \text{ cm}$, $\ell_2 = 7 \text{ cm}$, $\alpha = 20^\circ$, $k = 5 \text{ A/s}$.

Partie B « Applications des mathématiques »

Durée indicative : 120 minutes

Problème 1 (20 points)

Le nombre y de bactéries par unité de volume présent dans un bouillon de culture après x heures est donné par le tableau ci-contre.

La croissance du nombre de bactéries est exponentielle et suit une fonction du type $y = m \cdot c^x$ où m et c sont des nombres réels.

On aimerait trouver 2 fonctions de ce type, dont le graphe passe près des quatre points définis par le tableau ci-contre.

x	y
0	5
1	9
2	18
3	41

- a) Effectuer le changement de variable $z = \ln(y)$, avec toutes les valeurs de z arrondies au dixième le plus proche, puis déterminer l'équation de la droite de régression de z en x , de la forme $z = a \cdot x + b$.

En déduire une fonction f , du type $f(x) = m \cdot c^x$ (donner m et c), dont le graphe approche les points.

- b) On décide que $c = 2$ et on cherche la valeur de m dans la fonction $g(x) = m \cdot 2^x$.

Trouver la valeur de m pour laquelle la somme des carrés des distances verticales entre le graphe de g et les quatre points est minimale.

Problème 2 (10 points)

Les trois questions ci-dessous concernent des équations différentielles, mais sont indépendantes les unes des autres.

- a) On note s la solution de l'équation différentielle $y' - y + x + a = 0$ ($a \in \mathbb{R}$) satisfaisant la condition initiale $s(0) = 1$.

Déterminer la valeur de a sachant qu'en estimant la valeur de $s(1)$ en utilisant la méthode d'Euler avec un pas $h = \frac{1}{2}$ on obtient 0.

- b) Pour chaque point $P(x; y)$ du graphe d'une fonction $y = f(x)$, la tangente au graphe de f au point P est perpendiculaire à la droite qui passe par l'origine $O(0; 0)$ et le point P . Trouver une équation différentielle dont la fonction f est une solution.

- c) Pour quelle(s) valeur(s) de a et b la fonction $s(x) = a \cdot e^x + b \cdot e^{-2x}$ est-elle la solution particulière de l'équation différentielle $y' = e^x - 2y$ satisfaisant la condition initiale $s(0) = 0$?

Problème 3 (10 points)

- a) Dessiner soigneusement les graphes des fonctions $f(x) = x^2$ et $g(x) = e^{-x}$ pour $x \in [-2; 2]$.

- b) En employant la méthode de la bisection, estimer, avec 2 décimales, l'abscisse du point d'intersection des deux graphes.

- c) Estimer l'abscisse du point d'intersection des deux graphes en utilisant la méthode de la tangente (Newton) avec la valeur initiale (graine) $x_0 = 1$ et en calculant 2 termes de la suite. La vérification des hypothèses n'est pas demandée.