



Examen suisse de maturité, session d'hiver 2015

PHYSIQUE & APPLICATIONS DES MATHEMATIQUES EN OPTION SPECIFIQUE

Durée : 3h

Candidat : Nom : Prénom : Numéro :

L'épreuve écrite dure 3 heures réparties en deux heures pour la partie Applications des Mathématiques et une heure pour la partie Physique. Les points étant répartis à 2/3 pour Applications des mathématiques et 1/3 pour Physique. Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement tous les problèmes.

Le candidat présente sur un feuillet les problèmes de Physique et sur un deuxième feuillet les problèmes d'Applications des mathématiques. Il indique clairement sur chacun de ceux-ci son nom, prénom et numéro.

Partie A : PHYSIQUE / 20 points

Partie B : APPLICATIONS DES MATHEMATIQUES / 40 points

Total / 60 points

Note :

Partie A « PHYSIQUE »

Durée indicative : 60 minutes

Avant toute application numérique, une solution algébrique est exigée.

A l'exception de celles qui figurent dans les « formulaires et tables », toutes les relations utilisées doivent être établies.

Problème 1. (10 pts)

Un yoyo en forme de cylindre plein et homogène de rayon $R = 4,0$ cm et de masse $m = 200$ g se trouve sur un plan incliné formant un angle $\beta = 30^\circ$ avec l'horizontale. La fente pour contenir le fil (voir schéma I) est de volume négligeable ; on peut donc considérer le yoyo comme un cylindre homogène plein. Le rayon de la partie où le fil est enroulé vaut $r = 1,2$ cm. Le fil est enroulé de telle sorte qu'il passe en dernier par la partie inférieure du cylindre (voir schéma II). Lorsque le fil tire avec une force $F_{\text{fil}} = 3,0$ N parallèle au plan incliné, le yoyo roule sans glisser avec une accélération $\vec{a}$ dirigée vers le haut du plan incliné. Prendre $g = 9,8$ m/s².

- Refaire le schéma II et représenter l'accélération angulaire $\vec{\alpha}$.
- Sur ce même schéma, représenter (longueurs quelconques, mais orientations correctes) toutes les forces extérieures au cylindre (et seulement celles-ci). Nommer clairement chacune de ces forces.
- Calculer la valeur de l'accélération $\vec{a}$.
- Calculer la grandeur de la force de frottement statique $\vec{f}_s$ (adhérence) entre le yoyo et le plan incliné.

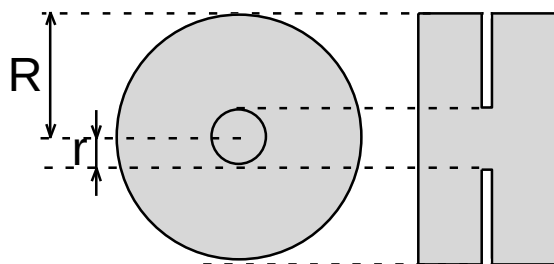


Schéma I

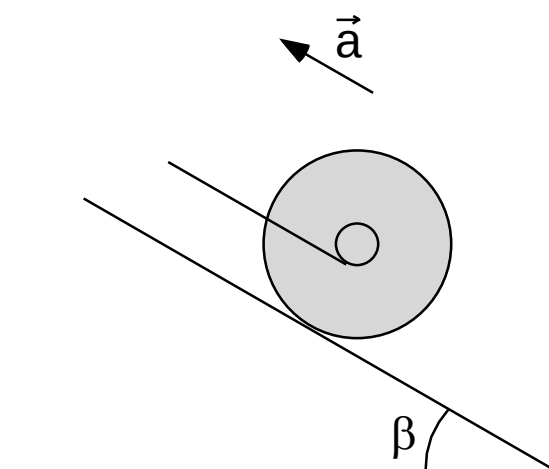


Schéma II

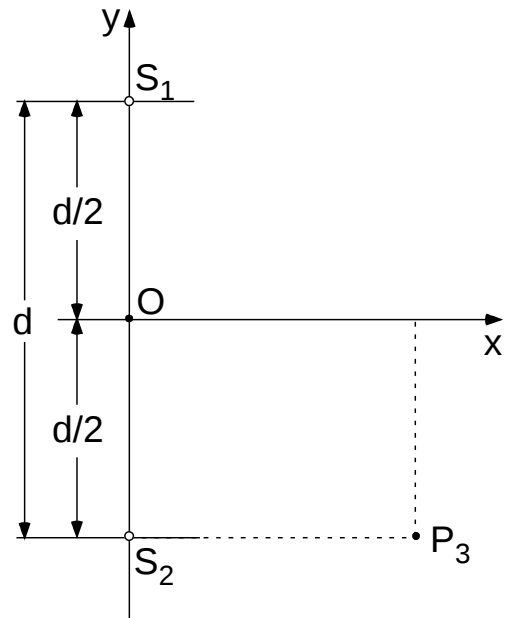
Problème 2. (10 pts)

Deux haut-parleurs (S_1 et S_2 sur le dessin) considérés comme ponctuels et distants de $d = 10 \text{ cm}$ l'un de l'autre, émettent en phase un son de fréquence constante $f = 8500 \text{ Hz}$. La vitesse du son dans l'air est de 340 m/s .

- a) Sur la feuille quadrillée, dessiner la situation à l'échelle 1:1. Placer S_1 et S_2 . **En-dehors des axes x et y**, déterminer la position d'un point P_1 où l'interférence des ondes émises par S_1 et S_2 est **minimale**, et la position d'un autre point P_2 où cette interférence est **maximale**. Justifier la position de ces deux points par une phrase ou (et) un calcul.

- b) Sur le segment S_1S_2 et à l'exclusion de S_1 et S_2 , calculer les emplacements de tous les points où l'interférence des deux ondes est **minimale**.

- c) Pour qu'en $P_3 (7,5 \text{ cm} ; -5 \text{ cm})$ on ait une interférence **constructive**, calculer de combien il faut au minimum **augmenter** la fréquence f des ondes (toujours émises en phase) par les deux haut-parleurs.

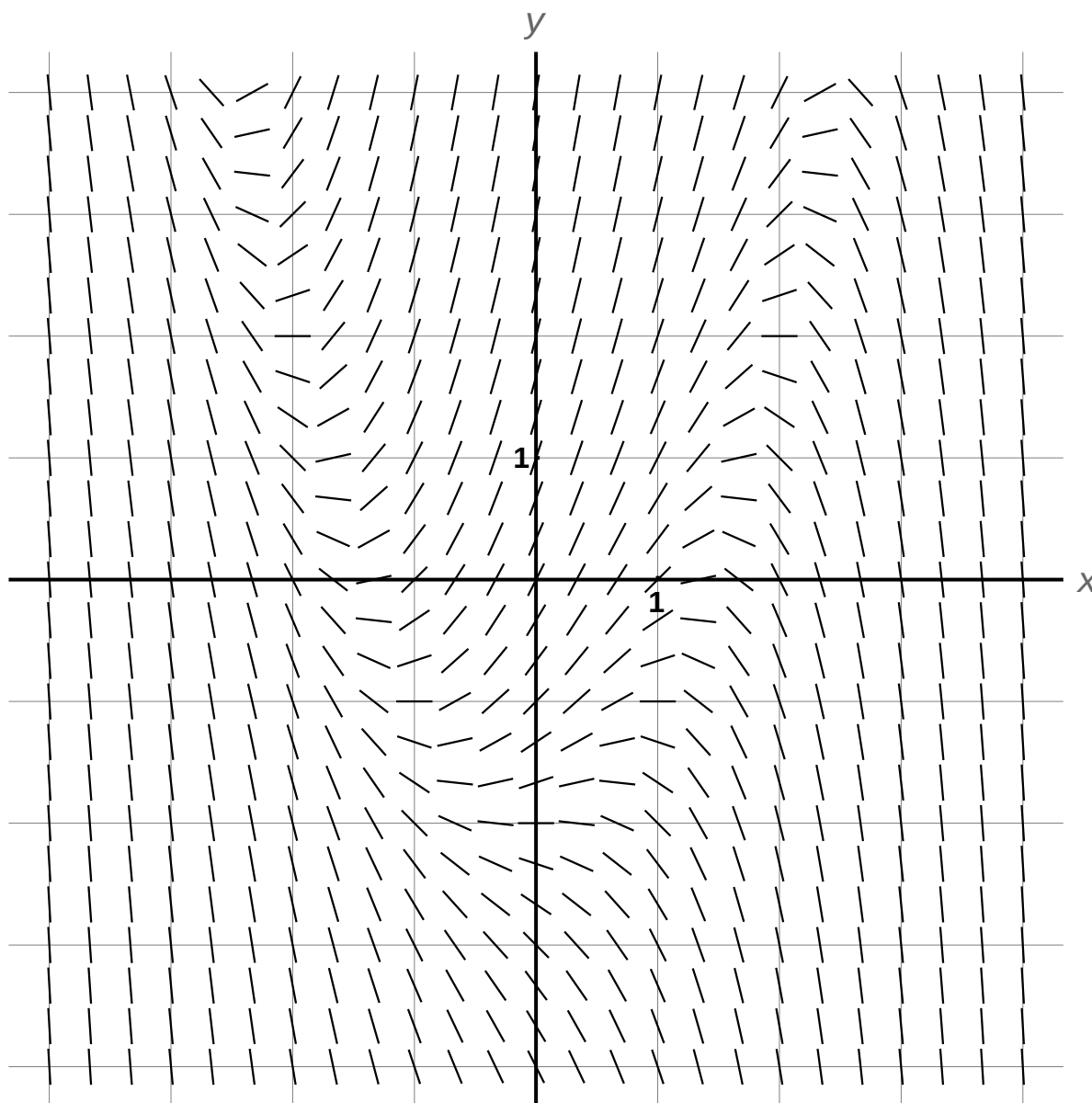


Partie B « Applications des mathématiques »

Durée indicative : 120 minutes

Problème 1 (20 points)

Le champ des directions de l'équation différentielle $y' = y - x^2 + 2$ est illustré ci-dessous.



- Dessiner, sur l'illustration ci-dessus, une approximation du graphe de la solution s qui satisfait à la condition $s(0) = -1$.
- À l'aide de la méthode d'Euler, estimer, en utilisant un pas $h = \frac{1}{4}$, la valeur en $x = 1$ de la solution s qui satisfait à la condition $s(0) = -1$.
- Vérifier que $s(x) = x^2 + 2x - e^x$ est la solution approchée sous a).
- Déterminer l'abscisse positive du point à tangente horizontale du graphe de s . Pour trouver cette abscisse, il faudra utiliser la méthode de Newton (2 fois).

Problème 2 (10 points)

Pour ce problème, on suppose qu'une banque propose un taux annuel fixe de 3% et qu'elle ne facture aucun frais.

Une personne verse sur un compte la somme de 2000.- au début de chaque année, à partir du 1er janvier 2015 et jusqu'en 2034. Elle effectue ainsi 20 versements.

Quelle somme devrait-elle verser au début de chaque mois, du 1er janvier 2015 au 1er décembre 2034, pour obtenir la même somme finale au 31 décembre 2034 ?

Problème 3 (10 points)

On donne le polynôme $P(x) = 4x^4 - 45x^2 + 81$.

- a) Factoriser ce polynôme en un produit de polynômes du premier degré à coefficients entiers.
- b) Déterminer les points à tangente horizontale du graphe de la fonction $f(x) = \frac{1}{9} \cdot P(x)$, puis représenter ce graphe dans un repère orthonormé.