



Examen suisse de maturité, session d'été 2015

PHYSIQUE & APPLICATIONS DES MATHEMATIQUES EN OPTION SPECIFIQUE

Durée : 3h

Candidat : Nom : Prénom : Numéro :

L'épreuve écrite dure 3 heures réparties en deux heures pour la partie Applications des mathématiques et une heure pour la partie Physique, les points étant répartis à environ 2/3 pour Applications des mathématiques et 1/3 pour Physique. Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement tous les problèmes.

Partie A : PHYSIQUE / 20 points

Partie B : APPLICATIONS DES MATHEMATIQUES / 40 points

Total : / 60 points

Note :

Partie A « PHYSIQUE »

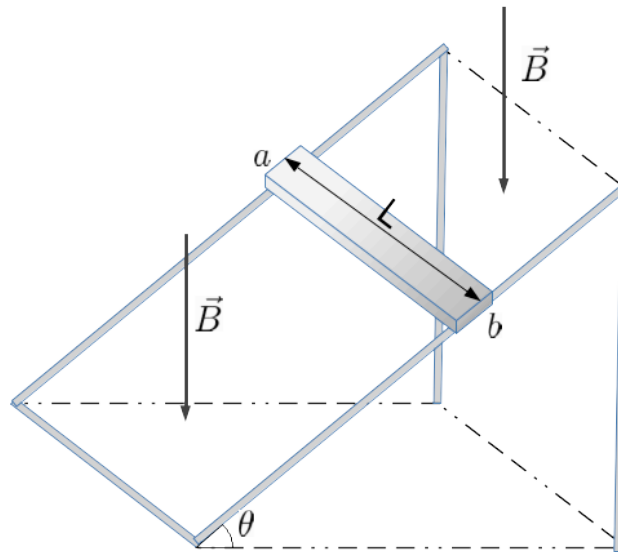
Durée indicative : 60 minutes

Problème 1 (10 pts)

Une barre métallique de longueur L , de masse m et de résistance R est placée sur un plan incliné métallique. L'angle d'inclinaison est θ et les rails ont une résistance négligeable.

Ce plan incliné baigne dans un champ magnétique $\vec{B}$ dirigé verticalement vers le bas.

Au départ, la barre est au repos. On la lâche et elle glisse sans frottement le long des rails.



- a) Le courant induit dans la barre va-t-il de a à b ou de b à a ? Justifiez votre réponse par un argument physique.
- b) Vérifier que l'intensité de la vitesse limite de la barre vaut :

$$v_{\text{limite}} = -\frac{R \cdot m \cdot g}{B^2 \cdot L^2} \tan(\theta)$$

- c) Quelle est l'expression de l'intensité du courant traversant la barre une fois sa vitesse limite atteinte ?

Problème 2 (10 pts)

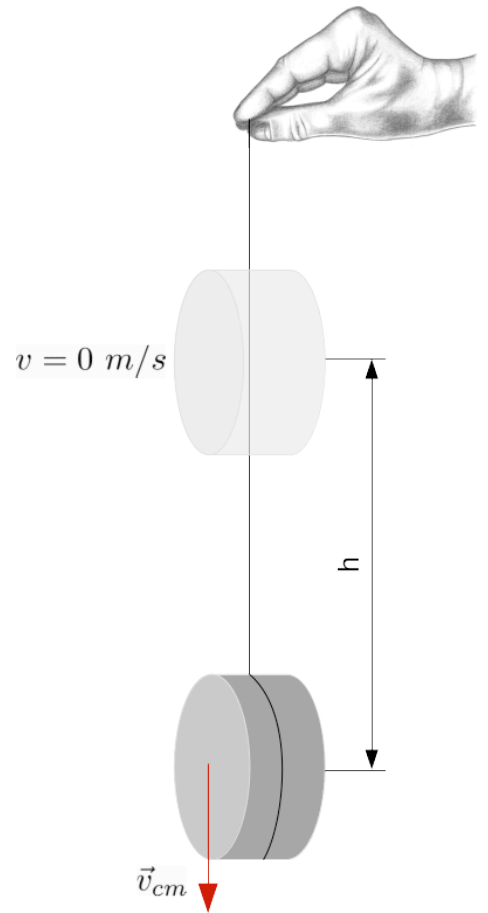
Un yoyo simple est fabriqué en enroulant une ficelle autour d'un cylindre de masse M et de rayon R .

On tient le bout de la ficelle et on relâche le cylindre alors qu'il est initialement à l'arrêt. La corde se déroule mais ne glisse pas et ne s'étire pas lors de la descente.

- a) Vérifier par le calcul que le moment d'inertie du yoyo est :

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

- b) Calculer la vitesse du centre de masse $\vec{v}_{cm}$ du cylindre après qu'il ait parcouru une distance verticale h .
- c) Quelle serait la vitesse du centre de masse d'un objet en chute libre ? Serait-elle plus ou moins grande que celle du centre de masse du yoyo ?
- d) Aurait-on obtenu la même vitesse si le cylindre avait été creux (anneau à paroi mince) ? Justifiez votre réponse par un calcul.



Partie B « Applications des mathématiques »

Durée indicative : 120 minutes

Problème 1 (16 points)

On donne les points $P_1(3;6)$, $P_2(6;3)$ et $P_3(9;3)$.

- Déterminer l'équation de la droite de régression d'équation $y = ax + b$ qui approche ces points en employant la méthode des moindres carrés.
- On dit que les points sont "bien alignés" si le coefficient de corrélation linéaire est, en valeur absolue, supérieur à 0,85.
Les points $P_1(3;6)$, $P_2(6;3)$ et $P_3(9;3)$ sont-ils "bien alignés" ?
- Démontrer que la pente de la droite de régression est indépendante de la coordonnée y du point P_2 .
- Avec les points $P_1(3;6)$, $P_2(6;y)$ et $P_3(9;3)$, comment faut-il choisir la coordonnée y du point P_2 pour que le coefficient de corrélation linéaire soit égal à -1 ?
- Déterminer les coordonnées du point $P_4(x;y)$ de manière à ce que la droite de régression qui approche les quatre points $P_1(3;6)$, $P_2(6;3)$, $P_3(9;3)$ et $P_4(x;y)$ ait comme équation $y = \frac{19}{4}$.

Problème 2 (12 points)

Un fleuriste propose 2 types de bouquets, les grands et les petits. Chaque bouquet est composé de roses, de tulipes et d'œillets.

Les petits bouquets sont composés d'une rose, de 3 tulipes et de 3 œillets.

Les grands bouquets sont composés de 5 roses, de 5 tulipes et de 2 œillets.

Le fleuriste dispose chaque jour de 100 roses, de 150 tulipes et de 120 œillets.

Le bénéfice du fleuriste est de 5.- par petit bouquet et de 10.- par grand bouquet.

On suppose qu'il vend chaque jour tous les bouquets proposés.

- Combien doit-il confectionner de petits bouquets et de grands bouquets pour que son bénéfice soit le plus grand possible ?
- Quel est alors son bénéfice et combien reste-il de fleurs de chaque sorte ?

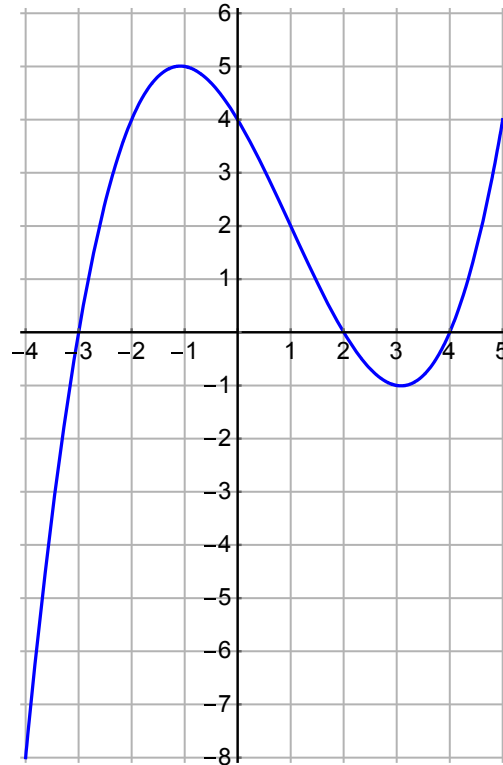
Problème 3 (12 points)

Ce problème comporte 3 questions concernant des polynômes, elles sont indépendantes les unes des autres.

- a) On donne le polynôme $P(x) = 8x^3 + 38x^2 - 11x - 5$.

Décomposer ce polynôme en produit de polynômes du premier degré à coefficients entiers, sachant qu'il possède un zéro entier négatif.

- b) Trouver une fonction polynomiale dont le graphe est représenté ci-dessous.



- c) On a représenté ci-dessous une partie du graphe de la fonction polynomiale $f(x) = x^3 - 300x - 700$ (le repère n'est pas orthonormé). Trouver, par la méthode de Newton, une approximation au dixième près du zéro positif de cette fonction.

