



Examen suisse de maturité, session d'hiver 2014

PHYSIQUE & APPLICATIONS DES MATHEMATIQUES EN OPTION SPECIFIQUE

Durée : 3h

Candidat : Nom : Prénom : Numéro :

L'épreuve écrite dure 3 heures réparties en deux heures pour la partie Applications des Mathématiques et une heure pour la partie Physique, les points étant répartis à environ 2/3 pour Applications des mathématiques et 1/3 pour Physique. Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement tous les problèmes.

Le candidat présente sur un feuillet les problèmes de Physique et sur un deuxième feuillet les problèmes d'Applications des mathématiques. Il indique clairement sur chacun de ceux-ci son nom, prénom et numéro.

Partie A : PHYSIQUE / 20 points

Partie B : APPLICATIONS DES MATHEMATIQUES / 40 points

Total / 60 points

Note :

Partie A « PHYSIQUE »

Durée indicative : 60 minutes

Avant toute application numérique, une solution algébrique est exigée.

A l'exception de celles qui figurent dans les « formulaires et tables », toutes les relations utilisées doivent être établies.

Problème 1. (10 pts)

Du haut d'un plan incliné d'angle avec l'horizontale $\beta = 30,0^\circ$ et de longueur $L = 2,00 \text{ m}$, on lâche une bille en acier de rayon $r = 1,05 \text{ cm}$, avec une vitesse initiale nulle.

i) La bille glisse sans frottement sur le plan incliné.

a) Déterminer sa vitesse au bas du plan incliné.

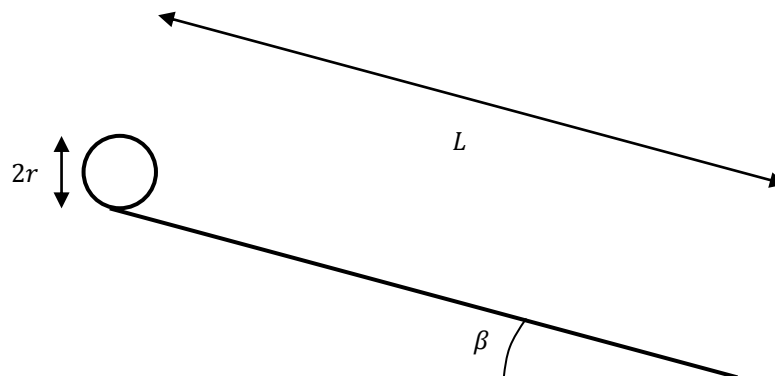
ii) La bille roule sans glisser sur le plan incliné.

Déterminer

b) la vitesse de la bille au bas du plan incliné ;

c) la durée qu'elle va mettre pour y arriver ;

d) le coefficient de frottement du plan incliné sur la bille.



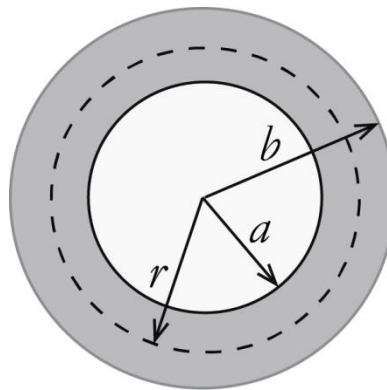
Problème 2. (10 pts)

On représente sur la figure suivante une coupe transversale d'un fil conducteur de longueur l donnée. Le fil cylindrique et creux est placé dans le vide. Les rayons extérieur et intérieur du cylindre valent respectivement b et a . Le cylindre est parcouru par un courant I uniformément réparti.

1. Montrer que l'intensité du champ magnétique $B(r)$ dans la région de l'espace délimitée par $(a \leq r \leq b)$, s'écrit de la façon suivante :

$$B(r) = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi(b^2 - a^2)} \cdot \frac{r^2 - a^2}{r}$$

2. Quelle est l'expression de $B(r)$ dans la région de l'espace définie par $(r > b)$?
3. Supposons que $a = 2,0 \text{ cm}$, $b = 1,8 \text{ cm}$ et $I = 100 \text{ A}$.
Tracer le graphe de l'évolution de $B(r)$ pour $(0 < r < 6 \text{ cm})$, de centimètre en centimètre.
On soignera en particulier la représentation de $B(r)$ dans la région de l'espace délimitée par $(a \leq r \leq b)$.



Partie B « Applications des mathématiques »

Durée indicative : 120 minutes

Problème 1 (16 points)

On donne les points $P_1(1;1)$, $P_2(2;3)$ et $P_3(3;8)$.

- Déterminer l'équation de la droite de régression d'équation $y = ax + b$ qui approche ces points en employant la méthode des moindres carrés.
- Déterminer le coefficient de corrélation linéaire de ces points.
- Déterminer l'équation de la droite de régression d'équation $y = ax$ qui approche ces points en employant la méthode des moindres carrés.
- Déterminer l'équation de la parabole de régression d'équation $y = ax^2$ qui approche ces points en employant la méthode des moindres carrés. Pour trouver la valeur de a , on minimisera la somme des carrés des distances verticales entre la parabole cherchée et les points donnés.
- Tracer les 3 courbes obtenues et, en commentant, indiquer celle qui approche au mieux les trois points donnés.

Problème 2 (16 points)

On donne l'équation différentielle du premier ordre $y' = \frac{x^2 + 4y}{x}$.

- Trouver la solution générale de cette équation différentielle.

On appelle $f(x)$ la solution de l'équation qui respecte la condition initiale $y(2) = 2$.

- Par la méthode d'Euler, estimer $f(3)$ en quatre pas. Donner tous les résultats intermédiaires en les arrondissant à deux décimales.
- Vérifier que $f(x) = \frac{1}{4} \cdot x^4 - \frac{1}{2} \cdot x^2$ puis calculer l'erreur relative de l'estimation de $f(3)$ trouvée ci-dessus.
Si l'estimation de $f(3)$ n'a pas été trouvée à la question précédente, on calculera l'erreur relative avec la valeur de remplacement 12.55.
- Déterminer les zéros de f ainsi que ses extremums, puis représenter le graphe de f pour $x \in [-3;3]$.

Problème 3 (8 points)

Le premier janvier de chaque année on verse 1'000 francs sur un compte. On s'intéresse au capital acquis à la fin de la 9^{ème} année.

- Calculer ce capital acquis si le taux d'intérêt annuel est de 1%.
- Même question si le taux d'intérêt annuel est de 3%.
- Déterminer une estimation du taux d'intérêt annuel sachant que ce capital acquis est de 10'000 francs. Employer la méthode de la bisection pour trouver un intervalle de longueur égale à un quart de pourcent et contenant le taux recherché.

On demande le détail des calculs.