



Examen suisse de maturité, session d'été 2014

PHYSIQUE & APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES EN OPTION SPECIFIQUE

Durée : 3h

Candidat : Nom : Prénom : Numéro :

L'épreuve écrite dure 3 heures réparties en deux heures pour la partie Applications des Mathématiques et une heure pour la partie Physique, les points étant répartis à environ 2/3 pour Applications des mathématiques et 1/3 pour Physique. Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement tous les problèmes.

Le candidat présente sur un feuillet les problèmes de Physique et sur un deuxième feuillet les problèmes d'Applications des mathématiques. Il indique clairement sur chacun de ceux-ci son nom, prénom et numéro.

Partie A : PHYSIQUE / 20 points

Partie B : APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES / 40 points

Total / 60 points

Note :

Partie A « PHYSIQUE »

Durée indicative : 60 minutes

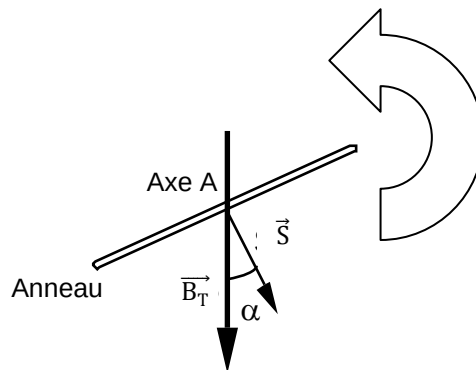
Avant toute application numérique, une solution algébrique est exigée.

A l'exception de celles qui figurent dans les « formulaires et tables », toutes les relations utilisées doivent être établies.

Problème 1. (10 pts)

Un anneau de cuivre (rayon de l'anneau $r = 10,0$ cm, diamètre du fil $d = 2,54$ mm) peut tourner autour de l'axe A, confondu avec l'un de ses diamètres et perpendiculaire au plan de la page, dans le champ magnétique de la Terre ($B_T = 0,400$ G).

- Calculer la résistance électrique de l'anneau de cuivre.
- Calculer la charge qui traverse une section donnée de l'anneau lorsqu'on le tourne, de telle sorte que l'angle α passe de 0° à 180° (voir le schéma ci-dessous, l'angle α étant compris entre le champ $\vec{B}_T$ et $\vec{S}$, vecteur normal à la surface de l'anneau).



Problème 2. (10 pts)

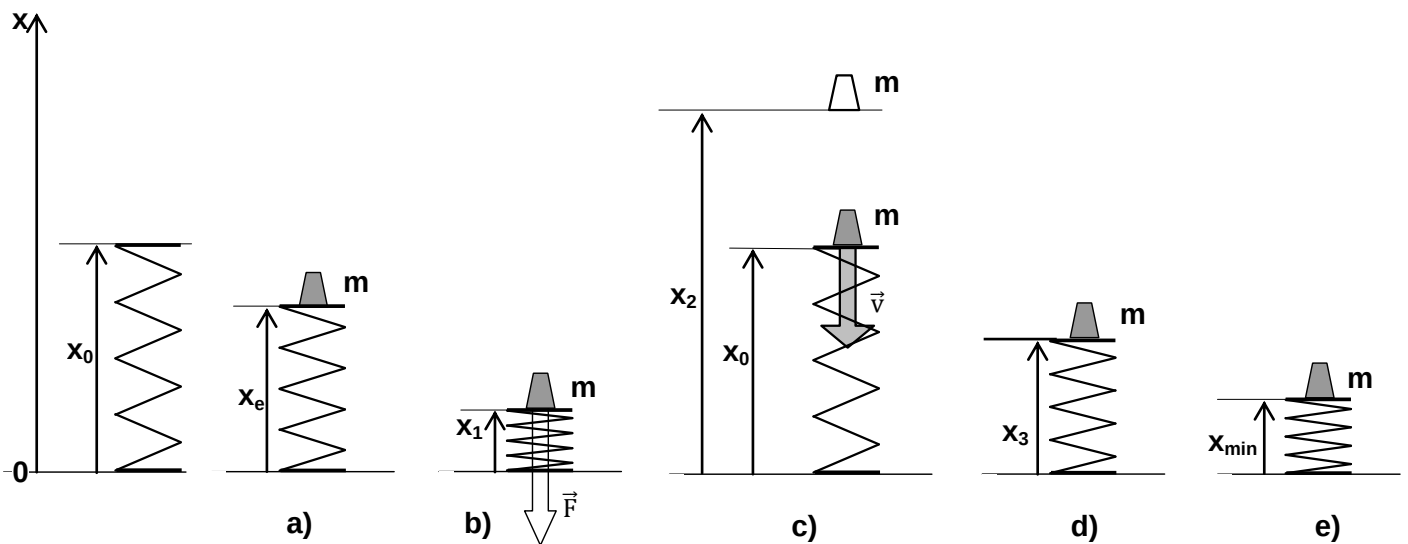
Un ressort qui a une longueur propre $x_0 = 20$ cm et une constante $k = 40$ N/m est posé verticalement.

N.B. : 1° Dans ce problème, on négligera tout frottement, et on considérera m comme ponctuelle.
2° Toutes les questions peuvent être traitées indépendamment les unes des autres.
3° Prendre $g = 9,8$ m/s².

- a) On dépose sur ce ressort une masse m de 143 grammes.
Calculer la position d'équilibre (statique) à laquelle elle se stabilise : $x_e = ?$
- b) On appuie sur la masse avec une force $\vec{F}$ verticale dirigée vers le bas : le système s'immobilise pour $x_1 = 5$ cm.
Calculer la valeur de F .

On lâche maintenant la masse m depuis $x_2 = 30$ cm : m tombe sur le ressort et le comprime.

- c) Calculer la vitesse de m lorsqu'elle entre en contact avec le ressort.
- d) Calculer l'énergie de déformation du ressort lorsque m se trouve en $x_3 = 12$ cm.
- e) Calculer la valeur $x_{\min}$, qui correspond à la compression maximale du ressort.



Partie B « Applications des mathématiques »

Durée indicative : 120 minutes

Problème 1 (14 points)

Le graphe d'un polynôme du troisième degré $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ passe par les points $P_1(1;0)$, $P_2(2;2)$, $P_3(-1;2)$ et $P_4(-2;-6)$.

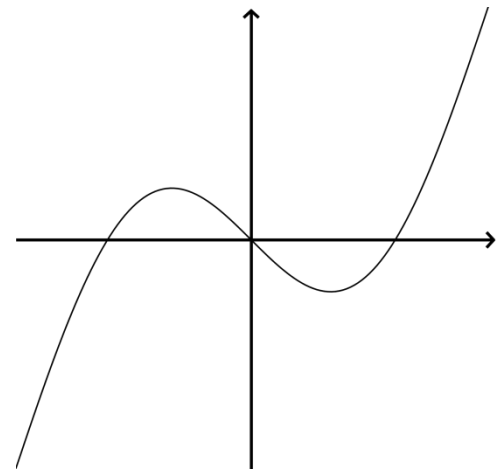
- Écrire un système de 4 équations dont les 4 inconnues sont les coefficients a , b , c et d du polynôme.
- Résoudre le système d'équations en utilisant la méthode de Gauss et en explicitant chaque étape de la démarche.
- Le graphe d'un autre polynôme du troisième degré $Q(x)$ passe par les points $Q_1(1;6)$, $Q_2(2;8)$, $Q_3(-1;8)$ et $Q_4(-2;0)$. Déterminer les coefficients de $Q(x)$ sans résoudre un système d'équation.
- Le graphe d'un autre polynôme du troisième degré $R(x)$ passe par les points $R_1(1;0)$, $R_2(2;-4)$, $R_3(-1;-4)$ et $R_4(-2;12)$. Déterminer les coefficients de $R(x)$ sans résoudre un système d'équation.

Problème 2 (9 points)

On a représenté ci-contre une partie du graphe de la fonction $f(x) = x - 2\sin(x)$.

On aimerait trouver, par la méthode de Newton, une approximation du zéro positif de cette fonction.

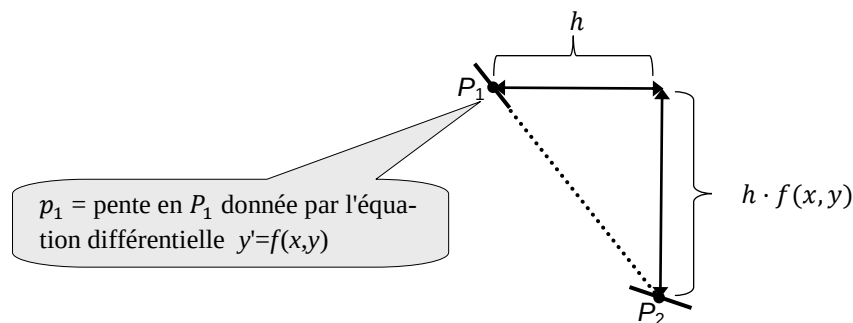
- Déterminer une valeur initiale qui ne permettra pas de trouver cette approximation à cause d'une division par zéro.
- Donner une autre valeur initiale qui ne permettra pas de trouver cette approximation pour une autre raison que la division par zéro et expliquer cette raison.
- En partant de la valeur initiale $x_0 = \pi$, calculer une approximation du zéro cherché en itérant deux fois la formule de Newton.



Problème 3 (17 points)

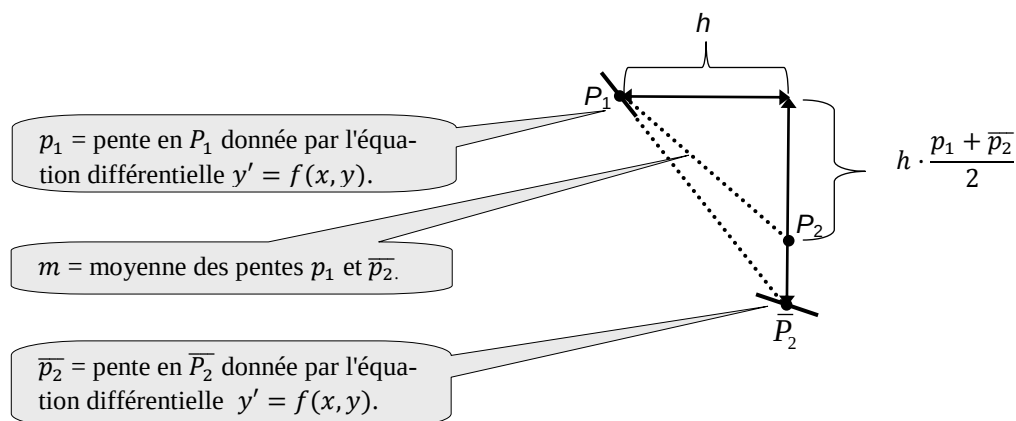
On donne l'équation différentielle $y' = x - y$ et on s'intéresse à la valeur en $x = 2$ de la solution particulière s qui passe par le point $(0;1)$.

- Calculer cette valeur $s(2)$ en résolvant l'équation différentielle.
- Trouver une approximation de cette valeur $s(2)$ en utilisant la méthode d'Euler avec un pas $h = \frac{1}{2}$.
- La méthode d'Euler pour résoudre une équation différentielle, illustrée ci-dessous pour un pas de longueur h , tient compte, pour passer de P_1 à P_2 , uniquement de la pente en P_1 . Cette pente, p_1 , est donnée par l'équation différentielle $y' = f(x, y)$.



Une autre méthode, plus subtile (qui tient compte des pentes "au départ" et "à l'arrivée"), consiste pour chaque pas, à

- déterminer le point $\overline{P}_2$ par la méthode d'Euler comme ci-dessus ($\overline{P}_2$ est le point appelé P_2 dans la méthode d'Euler);
- calculer la **moyenne** m des pentes en P_1 et $\overline{P}_2$ (ces pentes sont fournies par l'équation différentielle);
- obtenir le point P_2 , en suivant un segment dont la pente est égale à la moyenne m .



Trouver une approximation de cette valeur $s(2)$ en utilisant la méthode décrite ci-dessus avec un pas $h = 1$ (détailler les calculs).