



Examen suisse de maturité, session d'hiver 2012

PHYSIQUE ET APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES EN OPTION SPECIFIQUE

Durée : 3 heures

Nom : Prénom : Groupe :

L'épreuve écrite dure 3 heures réparties en deux heures pour la partie Applications des Mathématiques et une heure pour la partie Physique, les points étant répartis à environ 2/3 pour Applications des mathématiques et 1/3 pour Physique. Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement tous les problèmes.

Le candidat présente sur un feuillet les problèmes de Physique et sur un deuxième feuillet les problèmes d'Applications des mathématiques. Il indique clairement sur chacun de ceux-ci son nom, prénom et numéro de groupe.

Nombre de points obtenus :

Physique

Problème 1 :/ 8

Problème 2 :/ 12

Sous total :/ 20

Applications des mathématiques

Problème 1 :/ 17

Problème 2 :/ 12

Problème 3 :/ 11

Sous total :/ 40

Total :/ 60

Note :

Correcteur N°1 :

Correcteur N°2 :

Date :

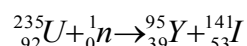
Date :

Partie « Physique »

Durée indicative : 60 minutes

Problème 1 (8 points)

Considérez la réaction de fission suivante :



a) Déterminez littéralement l'énergie E libérée lors de la réaction en fonction des masses m_U et m_n des réactifs ainsi que des masses m_Y et m_I des produits de la réaction.

Calculez la valeur numérique de E (en MeV) sachant que la masse atomique de l'Yttrium-95 est de 94,912820621 uma et celle du Iode-141 est égale à 140,93503 uma.

b) Lors d'une fission nucléaire, deux ou trois neutrons rapides sont émis par les produits de fission. Dans un réacteur nucléaire, ces neutrons doivent cependant être ralentis afin qu'ils aient l'énergie cinétique idéale pour engendrer des autres réactions en chaîne. Dans ce but, les barres d'Uranium-235 sont immergées dans l'eau (le modérateur).

Si l'on suppose que les collisions entre les neutrons et l'eau sont élastiques et que les noyaux du modérateur sont initialement au repos, montrez que l'énergie cinétique finale K'_n des neutrons ralentis est égale à

$$K'_n = \left(\frac{m_n - m}{m_n + m} \right)^2 K_n$$

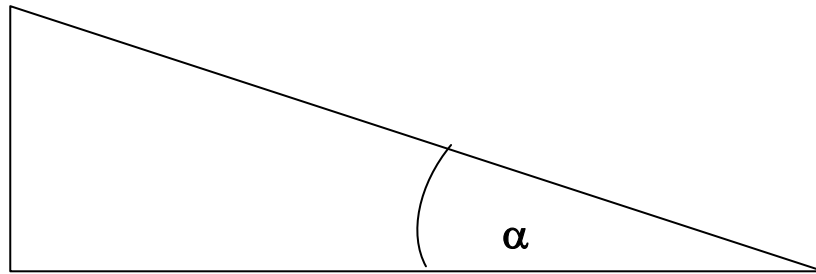
où $K_n = \frac{1}{2} m_n v_n^2$ est l'énergie cinétique initiale des neutrons, m_n est la masse des neutrons et m la masse d'un noyau du modérateur.

c) A partir du résultat ci-dessus, expliquez pourquoi les noyaux d'hydrogène contenus dans l'eau sont des ralentisseurs de neutrons plus efficaces que les noyaux d'oxygène.

d) Comparez les valeurs de l'énergie moyenne de liaison par nucléon de ${}_{92}^{235}\text{U}$, ${}_{39}^{95}\text{Y}$ et ${}_{53}^{141}\text{I}$. Les valeurs trouvées sont-elles cohérentes avec la manière dont varie l'énergie moyenne de liaison par nucléon en fonction du numéro de masse A ? Justifiez la réponse.

Problème 2 (12 points)

Une caisse de masse m est posée sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale.



- a) Représentez et nommez les forces et la résultante des forces sur la figure ci-dessus.
- b) Supposons la caisse immobile. Exprimer la force de réaction normale du sol $\vec{N}$ et la force de frottement $\vec{F}_f$ en fonction de m , α et g .
- c) La caisse commence à glisser pour un angle α de 31° . En déduire la valeur du coefficient de frottement statique μ_s ($F_f = \mu_s N$).
- d) Déterminer la vitesse v atteinte par la caisse après une distance d .
- e) Exprimer la puissance dissipée par la force de frottement sur la même distance en fonction de F_f et de v , la vitesse obtenue après la distance d .
- f) On suppose en plus qu'une force de frottement due à l'air s'exerce sur la caisse. Cette force est de la forme $F = -kv$. Déterminer la vitesse limite v_L atteinte par la caisse.
- g) Écrire l'équation différentielle obtenue à l'étape précédente permettant de trouver l'équation de la vitesse ci-dessous.

$$v(t) = v_L \cdot (1 - e^{-t/\tau})$$

- h) Calculer après combien de temps la vitesse de la caisse vaut $v_L/2$.

Partie « Applications des mathématiques »

Durée indicative : 120 minutes

Problème 1 (17 points)

On souhaite trouver une estimation de la valeur de $\ln(2)$ sachant que la fonction $y = \ln(x)$ est la solution de l'équation différentielle $y' = \frac{1}{x}$ satisfaisant à la condition initiale $y = 0$ pour $x = 1$.

a) Donner, sous **forme d'une fraction**, une estimation de $\ln(2)$.

Pour cela, en partant du point $(1; 0)$, s'approcher du point $(2; y(2))$ en suivant une ligne brisée formée de 4 segments, c'est-à-dire employer la méthode d'Euler avec un pas $h = \frac{1}{4}$.

b) 1) Montrer, qu'en appliquant la méthode d'Euler avec un pas $h = \frac{1}{n}$, on obtient comme estimation de $\ln(2)$ la somme $S_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{2n-1}$.

2) Donner les valeurs de S_1 , S_2 et S_3 .

Déduire de l'expression de S_n celle de S_{n+1} .

Calculer $S_{n+1} - S_n$ et en déduire que $S_{n+1} = S_n - \frac{1}{2n(2n+1)}$.

3) On définit la somme alternée A_n ($n \in \mathbb{N}^*$) de la manière suivante :

- $A_1 = 1$;
- Pour $n > 1$, $A_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \dots - \frac{1}{2n-2} + \frac{1}{2n-1}$.

Donner les valeurs de A_2 et A_3 , puis démontrer par récurrence que $A_n = S_n$.

Problème 2 (12 points)

Le tableau ci-dessous présente le cours d'une action donnée durant 5 semaines. Le cours a été relevé à intervalle régulier, tous les lundis.

Période	1	2	3	4	5
Cours	1020	1030	1010	1010	1040

- a) Donner, pour cette période, la moyenne des cours de l'action, la moyenne des variations de l'action (différence entre 2 cours consécutifs) et l'écart-type de ces variations.
- b) Représenter graphiquement le cours de cette action, puis déterminer et représenter une droite qui, au sens des moindres carrés, approche au mieux le cours de cette action.

Problème 3 (11 points)

On donne le polynôme $P(x) = 4x^3 - 40x^2 + 37x - 9$.

- a) Expliquer pourquoi ce polynôme possède au moins un zéro strictement positif.
- b) On considère la famille d'intervalles $I_n = [0; 2^n]$, où $n \in \mathbb{N}$.
Trouver la plus petite valeur de n pour laquelle $P(0) \cdot P(2^n) < 0$.
- c) Trouver un zéro du polynôme $P(x)$ en appliquant l'algorithme de la bisection. Pour le premier intervalle, prendre celui trouvé à la question précédente.
- d) Trouver une approximation d'un autre zéro du polynôme $P(x)$ en appliquant une fois l'algorithme de Newton et en choisissant $x = 0$ comme valeur initiale.
- e) Écrire $P(x)$ sous forme d'un produit de polynômes du premier degré à coefficients entiers.
Employer cette fois le schéma de Horner.