



Examen suisse de maturité, session d'été 2025

MATHÉMATIQUES, DISCIPLINE FONDAMENTALE - niveau normal

Candidat-e : Nom : Prénom : Numéro :

Durée : 4 heures

Matériel autorisé : calculatrice et formulaires/tables

Total de points : 50 points

Consignes générales

Avant de débiter, contrôler le présent document, notamment l'ordre et le nombre de pages. Les réponses se font sur papier libre, à l'exception de celles demandées dans les espaces prévus à cet effet. À la fin de votre examen, rendre ce document avec votre travail.

Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement :

- les problèmes 1 et 2 qui sont **obligatoires** ;
- puis **deux problèmes à choix** parmi les problèmes 3, 4 et 5.

Nombre de points obtenus : Problème 1 : sur 17 pts

Problème 2 : sur 13 pts

Problème 3 : sur 10 pts

Problème 4 : sur 10 pts

Problème 5 : sur 10 pts

Total : **sur 50 pts**

Note

Examineur-trice en charge de la correction :

Remarque éventuelle :
.....

Problème 1 : (obligatoire, 17 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - 10x + 9}{4x}$.

- a) Étudier cette fonction, c'est-à-dire donner le domaine de définition, les zéros et le signe de f , les équations des éventuelles asymptotes, les coordonnées des points à tangente horizontale, l'étude de la croissance de f et finalement dessiner dans un repère orthonormé le graphe soigné de f .
- b) Montrer que l'on peut écrire f sous la forme $f(x) = \frac{x}{4} - \frac{5}{2} + \frac{9}{4x}$, puis calculer l'aire géométrique de la surface fermée comprise entre le graphe de f et l'axe Ox .
- c) L'affirmation suivante est-elle vraie ?
En aucun point, la pente de la tangente au graphe de f vaut 1.
Justifier votre réponse par un calcul.
- d) On considère la droite $d : y = k$ avec $k \in \mathbb{R}$.
Donner l'ensemble des valeurs de k telles que les représentations graphiques de d et de f n'admettent aucun point d'intersection.

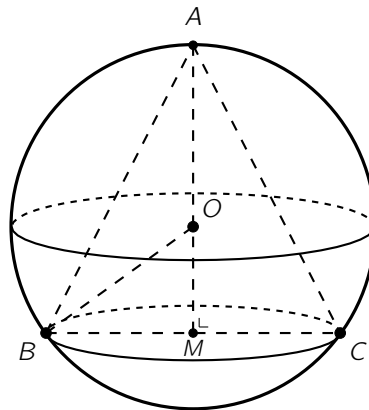
Problème 2 : (obligatoire, 13 points)

On donne les points $A(-3; -5)$ et $B(5; 1)$ ainsi que la droite p d'équation : $3x - 4y + 9 = 0$.

- a) Montrer que $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ est l'équation d'un cercle Γ admettant le segment AB comme diamètre.
- b) Calculer une équation cartésienne de la droite d passant par A et B .
- c) Déterminer par calcul l'équation des deux droites parallèles à la droite d et situées à une distance 4 de d .
- d) Calculer les points d'intersection de la droite p et du cercle Γ .
- e) Décrire, en quelques mots, l'ensemble de tous les points P du plan qui forment avec les points A et B un triangle rectangle d'aire égale à 20.

Problème 3 : (à choix avec les problèmes 4 et 5, 10 points)

Un cône circulaire droit de sommet A est inscrit dans une sphère de centre O et de rayon 7 cm. On note h la hauteur en centimètres du cône.



- a) Montrer que le volume $V(h)$ du cône est donné par : $V(h) = \frac{\pi}{3} (-h^3 + 14h^2)$.
- b) Déterminer la hauteur du cône pour que son volume soit maximal.
- c) Calculer, en valeur exacte, ce volume maximal.

Problème 4 : (à choix avec les problèmes 3 et 5, 10 points)

Dans un gymnase lausannois, on a constaté que les arrivées tardives des élèves dépendent de la manière dont les élèves se rendent au gymnase.

Des statistiques montrent que 20% des élèves viennent à pied, 15% des élèves viennent avec un deux-roues et le reste utilise les transports publics.

Un élève arrive à l'heure 8 fois sur 10 lorsqu'il vient à pied au gymnase. Il est en retard 1 fois sur 10 s'il utilise les transports publics.

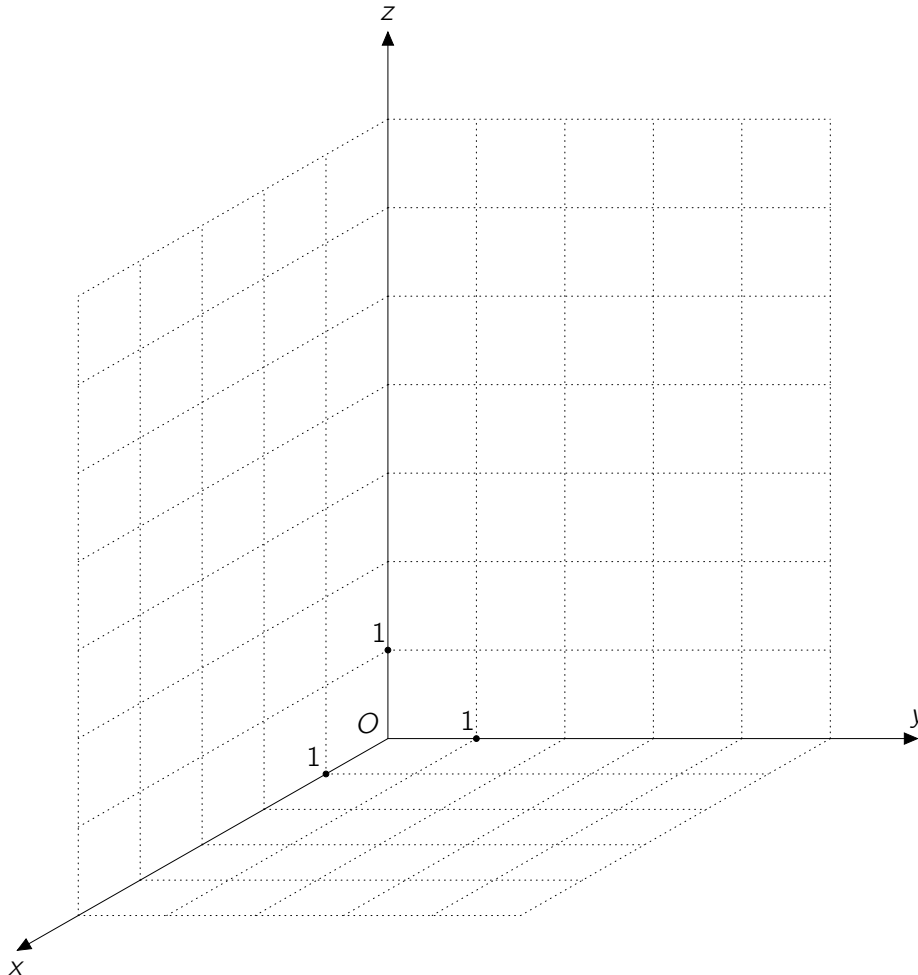
De plus, une étude a montré que les élèves sont à l'heure dans 85% des cas. Dans ce problème, on précise qu'un élève est soit à l'heure, soit en retard.

- a) Représenter la situation à l'aide d'un arbre.
- On choisit au hasard un élève de ce gymnase. Déterminer :
 - b) la probabilité qu'il vienne au gymnase en transports publics et qu'il soit à l'heure ;
 - c) la probabilité qu'il vienne à pied ou qu'il soit en retard ;
 - d) la probabilité qu'il vienne à pied sachant qu'il est en retard ;
 - e) la probabilité qu'il soit à l'heure sachant qu'il est venu en deux-roues.
- On choisit au hasard n élèves.
 - f) Exprimer, en fonction de n , la probabilité qu'au moins un élève soit arrivé en retard.
 - g) Déterminer la valeur minimale de n pour laquelle la probabilité qu'au moins un élève soit arrivé en retard soit supérieure à 90%.

Problème 5 : (à choix avec les problèmes 3 et 4, 10 points)

Dans le système d'axes orthonormés $Oxyz$ proposé ci-dessous, on considère :

- la droite d passant par le point $D(3;0;4)$ et de vecteur directeur $\vec{v}_d = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$;
- les points $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$ et $C(0;0;-8)$.



- Déterminer les coordonnées du point E , intersection de la droite d avec le plan Oyz , puis représenter la partie visible de cette droite d dans le système d'axes proposé ci-dessus.
- Déterminer une équation du plan α passant par les points A , B et C .
- Montrer que la droite d est dans le plan α .
- Représenter ci-dessus la partie visible du plan α .
- Montrer que le quadrilatère $ABED$ est un trapèze isocèle.
- Déterminer l'aire du trapèze $ABED$.