



Examen suisse de maturité, session d'hiver 2022

MATHÉMATIQUES, DISCIPLINE FONDAMENTALE - niveau normal

Candidat-e : Nom : Prénom : Numéro :

Durée : 4 heures

Matériel autorisé : calculatrice et formulaires/tables

Total de points : 50 points

Problème 1/ 15 points

Problème 2/ 15 points

Problème 3/ 10 points

Problème 4/ 10 points

Problème 5/ 10 points

Total/ 50 points **Note :**

Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement :

- les problèmes 1 et 2 qui sont obligatoires ;
- puis **deux problèmes à choix** parmi les problèmes 3, 4 et 5.

Problème 1 (obligatoire, 15 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{4x+5}{4x^2+12x}$.

- Montrer que le graphe de f n'admet aucun point à tangente horizontale.
- Etudier la fonction f , c'est-à-dire donner le domaine de définition, le(s) zéro(s) et le signe de f , les équations des éventuelles asymptotes et finalement dessiner dans un repère orthonormé le graphe soigné de f . (*Le tableau de variation n'est pas demandé*).
- En observant le signe de f , déduire le domaine de définition de la fonction g définie par $g(x) = \ln(f(x))$.
- Trouver les zéros et le signe de g puis esquisser, dans le même repère que f , le graphe de g .

Problème 2 (obligatoire, 15 points)

Le problème est composé de 2 parties indépendantes.

1^{re} partie :

On considère le cercle γ d'équation $(x - 9)^2 + (y - 5)^2 = \frac{90}{4}$ et la droite t d'équation $x + 3y = 9$.

- Prouver que la droite t est tangente au cercle γ en un point T .
- Dans un système d'axes orthonormés, représenter le cercle γ et la droite t .
- Construire le cercle γ' de même rayon que γ , tangent à γ et à la droite t en T , puis déterminer son équation.

2^e partie :

Dans un repère orthonormé, on donne les points $A(-2; 7)$, $B(2; 1)$, $C(12; -4)$ et $D(6; 5)$.

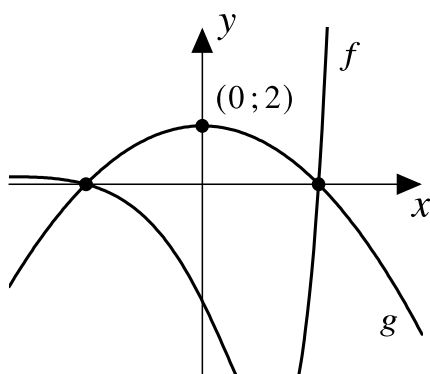
- Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un trapèze.
- Calculer l'aire et l'angle en B du trapèze $ABCD$.

Problème 3 (à choix avec les problèmes 4 et 5, 10 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = (x^2 - 4) \cdot e^x$.

- Déterminer la valeur du réel a pour que la fonction F donnée par $F(x) = (x^2 - 2x + a) \cdot e^x$ soit une primitive de f .

Sur l'esquisse ci-dessous, on a représenté le graphe de f et le graphe d'une fonction quadratique g .



- Déterminer l'expression fonctionnelle de g .
- Calculer l'aire de la surface fermée et délimitée par les graphes de f et g .

Problème 4 (à choix avec les problèmes 3 et 5, 10 points)

Dans un casino, on utilise un dé truqué à 9 faces, numérotées de 1 à 9.

Lorsqu'on le lance, le « 1 » a deux fois plus de chance de sortir que n'importe quel autre nombre.

On lance le dé une seule fois.

- a) Montrer que $p(\ll 9 \gg) = \frac{1}{10}$.
- b) Calculer la probabilité que le dé affiche un nombre premier.
- c) Le dé affiche un nombre impair ; calculer la probabilité que le dé affiche un nombre supérieur à 6.

On lance le dé deux fois de suite et on note, dans l'ordre, les deux nombres qu'il affiche.

- d) Calculer la probabilité que le dé affiche deux nombres différents.
- e) Calculer la probabilité que le produit des deux nombres affichés soit égal à 12.
- f) Sachant que le dé a affiché deux nombres consécutifs écrits dans l'ordre croissant, calculer la probabilité que le premier nombre affiché soit un diviseur de 8.

Problème 5 (à choix avec les problèmes 3 et 4, 10 points)

Dans un repère orthonormé $Oxyz$, on considère les points $A(5; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$ et $C(0; 0; 3)$.

- a) Déterminer une représentation paramétrique du plan α passant par les points A , B et C .
- b) Donner les coordonnées de deux autres points situés dans le plan α .
- c) Donner la position relative du point $D(0; -28; 24)$ par rapport au plan α .
- d) Calculer les coordonnées du point d'intersection du plan α et de la droite d passant par l'origine du repère orthonormé et le point $E(4; -\frac{16}{5}; 3)$.
- e) Montrer que le point $F(20; -16; 15)$ est un point de la droite d puis donner une représentation paramétrique d'une droite perpendiculaire à d passant par F .