



Examen suisse de maturité, session d'été 2022

MATHÉMATIQUES, DISCIPLINE FONDAMENTALE - niveau normal

Candidat-e : Nom : Prénom : Numéro :

Durée : 4 heures

Matériel autorisé : calculatrice et formulaires/tables

Total de points : 50 points

Consignes générales

Avant de débiter, contrôler le présent document, notamment l'ordre et le nombre de pages. Les réponses se font sur papier libre, à l'exception de celles demandées dans les espaces prévus à cet effet. A la fin de votre examen, rendre ce document avec votre travail.

Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement :

- les problèmes 1 et 2 qui sont obligatoires ;
- puis deux problèmes à choisir parmi les problèmes 3, 4 et 5.

Nombre de points obtenus : Problème 1 : sur 15 pts

 Problème 2 : sur 15 pts

 Problème 3 : sur 10 pts

 Problème 4 : sur 10 pts

 Problème 5 : sur 10 pts

Total : **sur 50 pts**

Note

Examineur-trice en charge de la correction :

Remarque éventuelle :

.....

Problème 1 (obligatoire, 15 points)

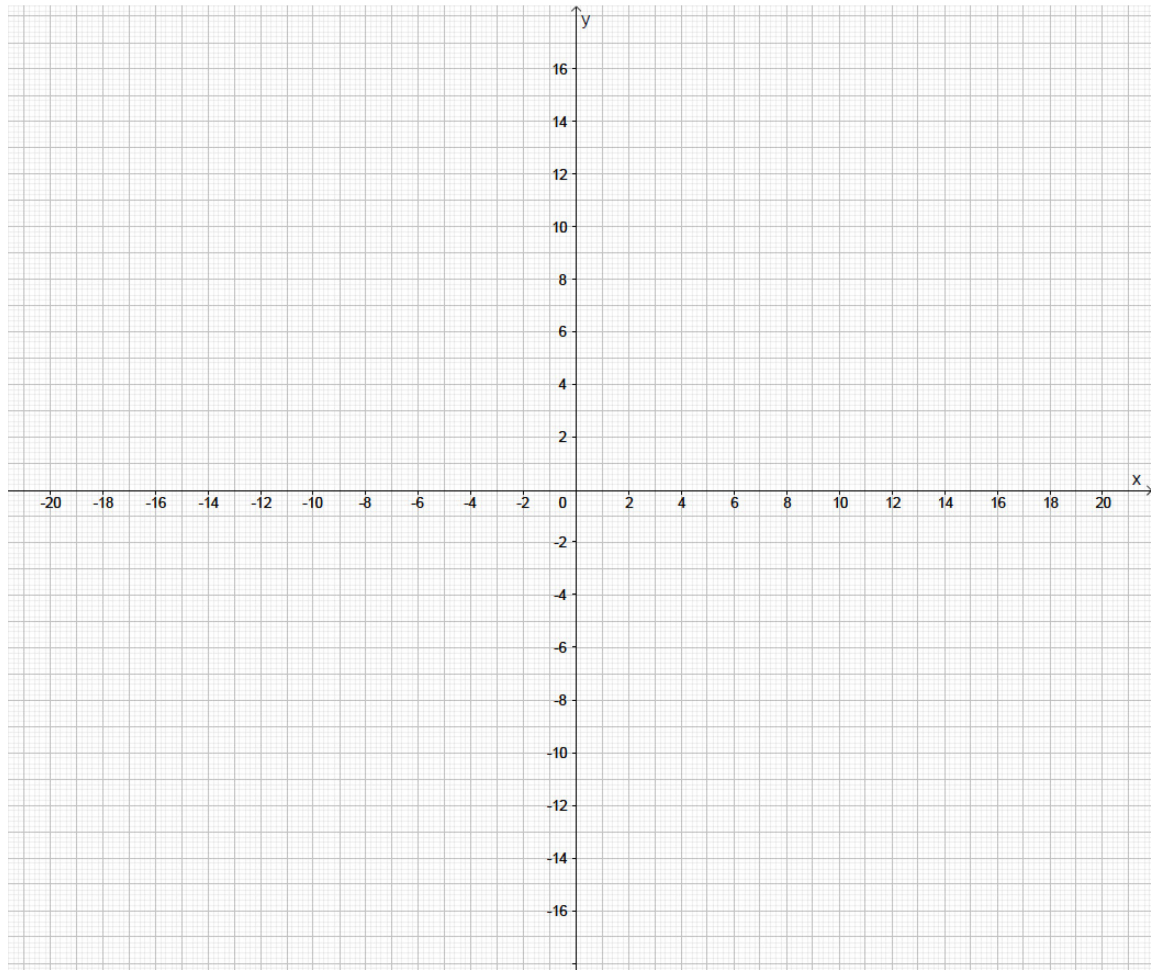
On considère la fonction f définie par $f(x) = 2 \cdot (x^2 + 3x) \cdot e^{-\frac{x}{2}}$

- a) Déterminer le domaine de définition, les zéros et le signe de f .
- b) Déterminer les équations de toutes les asymptotes de f .
- c) Étudier la croissance de f puis donner les coordonnées de ses éventuels extrema.
- d) Représenter dans un repère le graphe de f .
- e) On donne: $f''(x) = \frac{1}{2} \cdot (x^2 - 5x - 4) \cdot e^{-\frac{x}{2}}$. Affirmation: f admet deux points d'inflexion.
Cette affirmation est-elle vraie ou fausse? Justifier par un calcul.
- f) Sachant que la fonction g définie par $g(x) = (-4) \cdot (x^2 + 7x + 14) \cdot e^{-\frac{x}{2}}$ est une primitive de f , calculer l'aire de la surface fermée délimitée par l'axe Ox et le graphe de f .

Problème 2 (obligatoire, 15 points)

On donne les droites $(d_1) : 4x + 7y - 37 = 0$ et $(d_2) : 7x - 4y + 49 = 0$, ainsi que les points $A(4 ; 3)$ et $N(18 ; -5)$.

a) Représenter graphiquement ces données dans le système d'axes ci-dessous:



b) Calculer les coordonnées du point M , point d'intersection entre les droites d_1 et d_2 .

On considère le cercle γ tangent aux droites d_1 et d_2 , le point de contact entre d_1 et γ étant le point A .

c) Calculer les coordonnées du centre C , dont l'ordonnée est négative, et le rayon r du cercle γ .

Si vous n'avez pas trouvé C , prendre pour les points d) et e): $C(8 ; 10)$

d) En déduire que l'équation du cercle γ est: $x^2 + y^2 + 8y - 49 = 0$.

e) Vérifier que le point N appartient à la droite d_1 , puis en déduire l'équation du cercle circonscrit au triangle ANC .

Problème 3 (à choix avec les problèmes 4 et 5, 10 points)

Des étudiants ont organisé une vente de vin pour financer leur voyage d'étude.

- Ils ont vendu 6000 bouteilles de vin rouge et 2000 bouteilles de vin blanc.
- 70% des bouteilles de vin rouge ont un bouchon en liège.
- 40% des bouteilles de vin blanc n'ont pas de bouchon en liège.

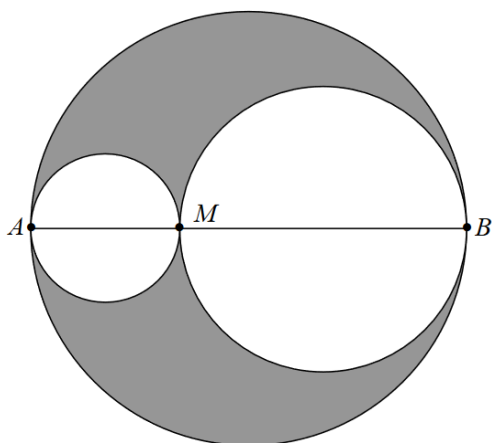
Une bouteille est choisie au hasard.

- a) On donne l'événement L : la bouteille choisie a un bouchon en liège. Montrer que $p(L) = \frac{27}{40}$.
- b) On donne les événements B : la bouteille choisie est de vin blanc et $\bar{L}$: la bouteille choisie n'a pas de bouchon en liège.
Les événements B et $\bar{L}$ sont-ils indépendants? Justifier votre réponse.
- c) Calculer la probabilité qu'il s'agisse d'une bouteille de vin blanc ou ayant un bouchon en liège.
- d) Calculer la probabilité qu'il s'agisse d'une bouteille de vin blanc si le bouchon n'est pas en liège.

Les cartons de vin sont envoyés par la poste. 70% d'entre eux arrivent à destination le lendemain, 20% le surlendemain et les autres le troisième jour après l'expédition.

- e) On envoie trois cartons par la poste. Calculer la probabilité qu'ils arrivent tous le troisième jour après l'expédition.
- f) Quel est le nombre minimal de cartons qu'il faut envoyer par la poste pour que la probabilité qu'au moins l'un de ceux-ci arrive le lendemain à destination soit supérieure à 99,5%?

Problème 4 (à choix avec les problèmes 3 et 5, 10 points)

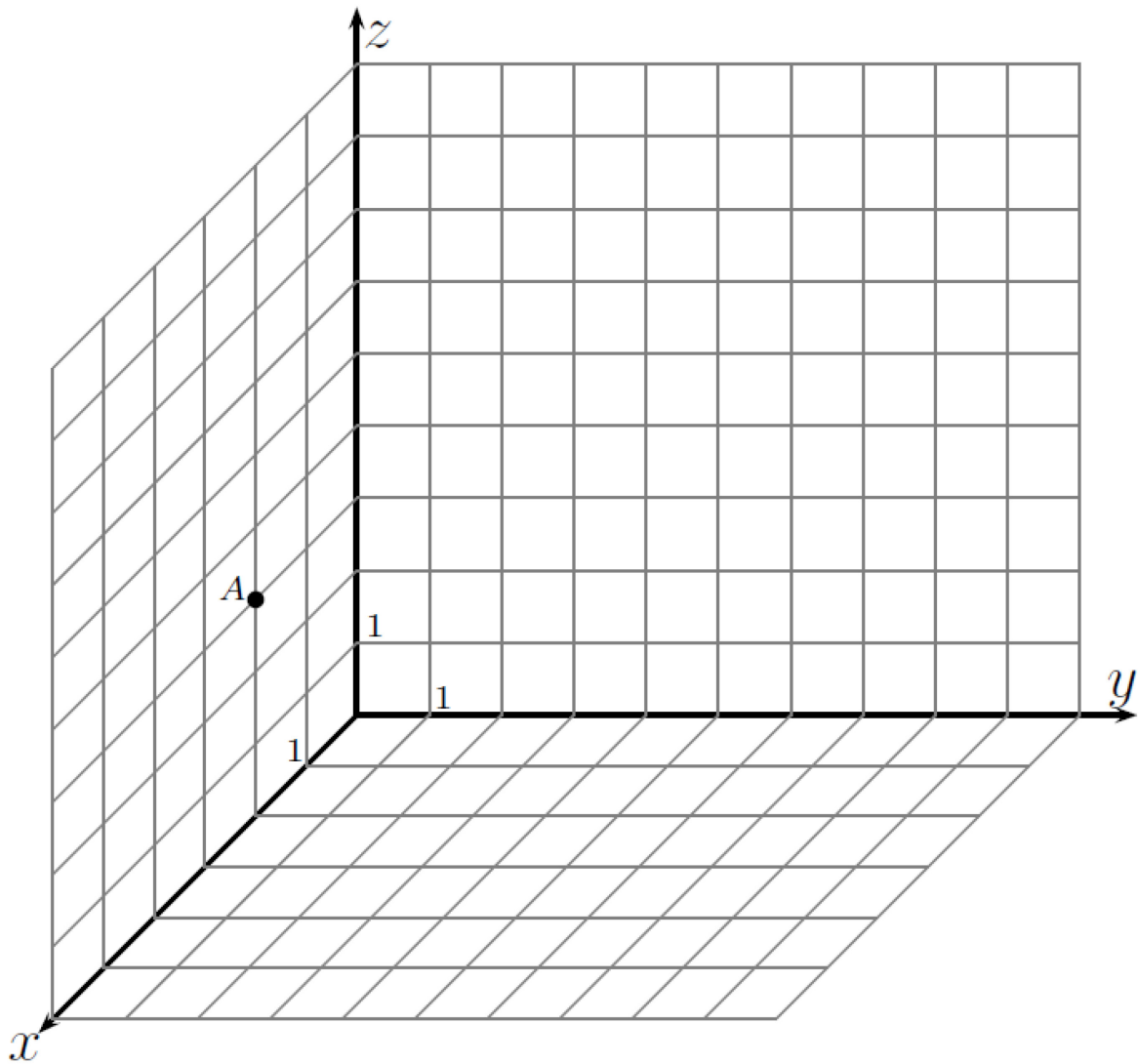


- a) On considère un point M sur le diamètre $[AB]$ d'un cercle. Il détermine deux cercles de diamètre $[AM]$ et $[MB]$. On pose $\overline{AB} = 4$ et $\overline{AM} = x$. On note $S(x)$ l'aire de la surface ombrée en fonction de la valeur de x .

Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire $S(x)$ de la surface ombrée est maximale.

- b) Déterminer l'aire maximale de la surface ombrée.

Problème 5 (à choix avec les problèmes 3 et 4, 10 points)



- a) Donner les coordonnées du point A qui se trouve dans la paroi.
- b) Dessiner la partie visible de la droite d passant par $B(2 ; 3 ; 0)$ et $C(4 ; 0 ; -3)$.
- c) Donner une représentation paramétrique du plan vertical π qui contient d ; dessiner π dans le repère ci-dessus.
- d) Donner une représentation paramétrique du plan β contenant A et d ; dessiner β dans le repère ci-dessus ; déterminer les intersections de ce plan avec les axes de référence.
- e) Compléter afin que $P(21 ; \dots ; \dots)$ soit un point des deux plans π et β .