



Examen suisse de maturité, session d'été 2021

Mathématiques niveau normal

Note :

Durée : 4 heures

Problème 1 : /15 points

Problème 2 : /15 points

Problème 3 : /10 points

Problème 4 : /10 points

Problème 5 : /10 points

Total : /50 points

Candidat-e :

Nom :

Prénom :

Numéro :

Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement :
- les problèmes 1 et 2 qui sont **obligatoires**
- puis **deux problèmes à choix** parmi les problèmes 3, 4 et 5.

Correcteur-trice : Date : Signature :

Problème 1 : (obligatoire, 15 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - 7x + 10}{2x - 2}$

- Étudier cette fonction, c'est-à-dire donner le domaine de définition, les zéros et le signe de f , les équations des éventuelles asymptotes, les coordonnées des points à tangente horizontale, l'étude de la croissance de f et finalement dessiner dans un repère orthonormé le graphe soigné de f .
- Dans le même repère que f , représenter la droite d d'équation $y = -4x$ et calculer les coordonnées des points du graphe en lesquels la tangente à f est parallèle à d .
- Prouver que f peut s'écrire $f(x) = \frac{1}{2}x - 3 + \frac{2}{x-1}$
- Calculer l'aire de la surface fermée délimitée par le graphe de f et l'axe Ox .

Problème 2 : (obligatoire, 15 points)

On considère :

- le cercle C_1 d'équation $(x + 9)^2 + (y - 12)^2 = 180$;
- le cercle C_2 d'équation $x^2 + y^2 - 45 = 0$;
- le point $A(3; 6)$.

- a) Déterminer les coordonnées du centre C et le rayon r du cercle C_1 .
- b) Déterminer les valeurs de m afin que le point $(1; m)$ se trouve sur le cercle C_2 .
- c) Déterminer les coordonnées des points d'intersection des cercles C_1 et C_2 .
- d) Le triangle OAC est-il rectangle ? (justifier la réponse)
- e) Déterminer les équations des droites tangentes au cercle C_1 admettant une pente 2.

Problème 3 : (à choix avec les problèmes 4 et 5, 10 points)

Une agence de location de voitures dispose de 15 véhicules récents et de 35 anciens véhicules. L'agence a constaté que les clients à qui elle louait un véhicule récent avaient une panne dans 0,5 % des cas, alors que ceux à qui elle louait un véhicule ancien avaient une panne dans 2,5 % des cas.

L'agence dispose de ses 50 véhicules lorsqu'un client arrive intéressé :

- a) Montrer que la probabilité qu'un véhicule loué au hasard tombe en panne est de 1,9 %.
- b) Un véhicule loué au hasard tombe en panne. Calculer la probabilité qu'il s'agisse d'un ancien véhicule.
- c) En louant 2 voitures, quelle est la probabilité que les deux tombent en panne ?
- d) En louant 2 voitures, quelle est la probabilité qu'au plus une tombe en panne ?

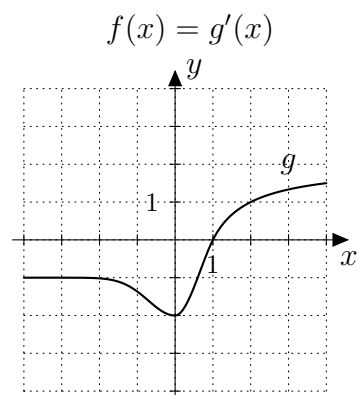
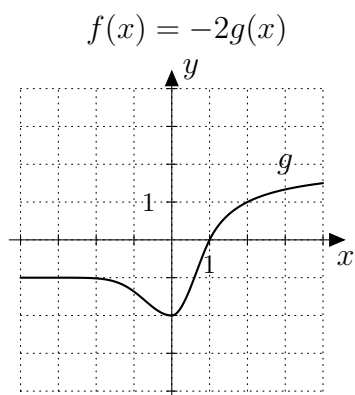
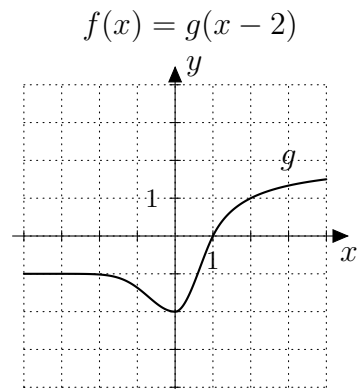
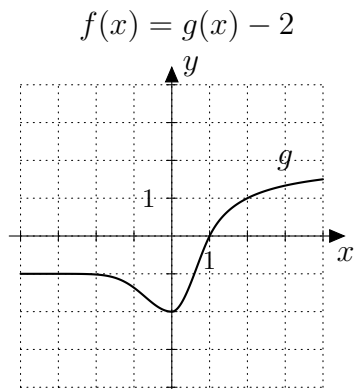
Soucieuse de son image de marque, l'agence décide de remplacer un certain nombre de ses anciens véhicules par des véhicules récents.

- e) Calculer le nombre d'anciens véhicules qu'il faut remplacer par des véhicules récents pour que les pannes arrivent moins d'une fois sur cent.

Problème 4 : (à choix avec les problèmes 3 et 5, 10 points)

a) Dans les repères ci-dessous, on a représenté le graphe d'une fonction g .

Esquisser dans ces mêmes repères ci-dessous les graphes de f définis par :



b) Résoudre les équations qui suivent.

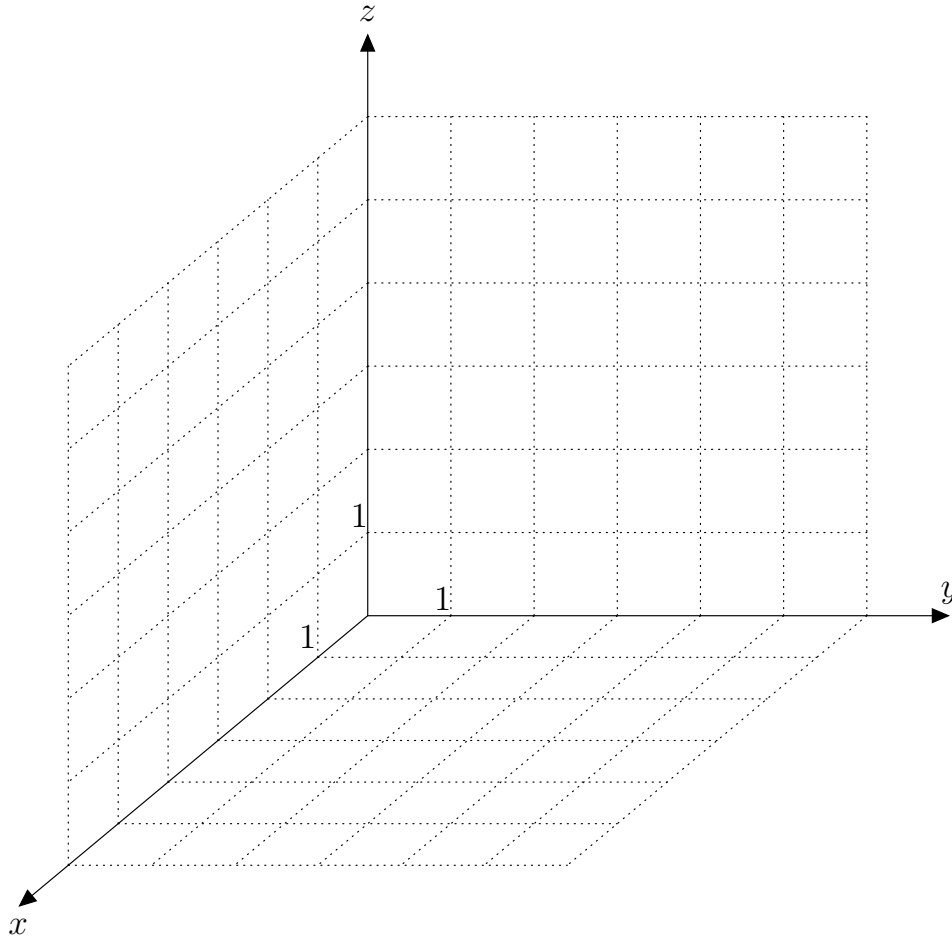
Pour la deuxième équation, on s'intéresse uniquement aux 4 solutions comprises entre 0 et 360 degrés.

• $\ln(x^4 + 2x^2 + 1) = -\ln(1/4)$

• $\sin(2x) = 0,5$

Problème 5 : (à choix avec les problèmes 3 et 4, 10 points)

Dans le système d'axes orthonormé $Oxyz$ proposé ci-dessous,



on considère les droites d et e de représentations paramétriques :

$$(d) : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \qquad (e) : \begin{cases} x = 2 + 2k \\ y = 2 - 2k \\ z = -2k \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$$

- a) Déterminer pour quelle(s) valeur(s) de m le point $M(-2; 6; m^2)$ appartient à d .
- b) Est-il vrai que les droites d et e n'ont pas de point commun ? (justifier la réponse)
- c) Représenter la partie visible de la droite e après avoir effectué les calculs nécessaires.
- d) Déterminer une équation du plan α vertical, parallèle à d et passant par $A(3; 0; 0)$, puis représenter celui-ci.
- e) Le plan α contient-il la droite e ? (justifier la réponse)