



EXAMEN SUISSE DE MATURITÉ - Session d'été 2020

MATHÉMATIQUES, NIVEAU NORMAL

Durée : 4 heures

Candidat-e : Nom : Prénom : Numéro :

Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement

- les problèmes 1 et 2 qui sont **obligatoires**

- puis **deux problèmes à choix** parmi les problèmes 3, 4 et 5.

Correction : Nombre de points : / 50 points Note :

Examineur/trice : Date : Signature :

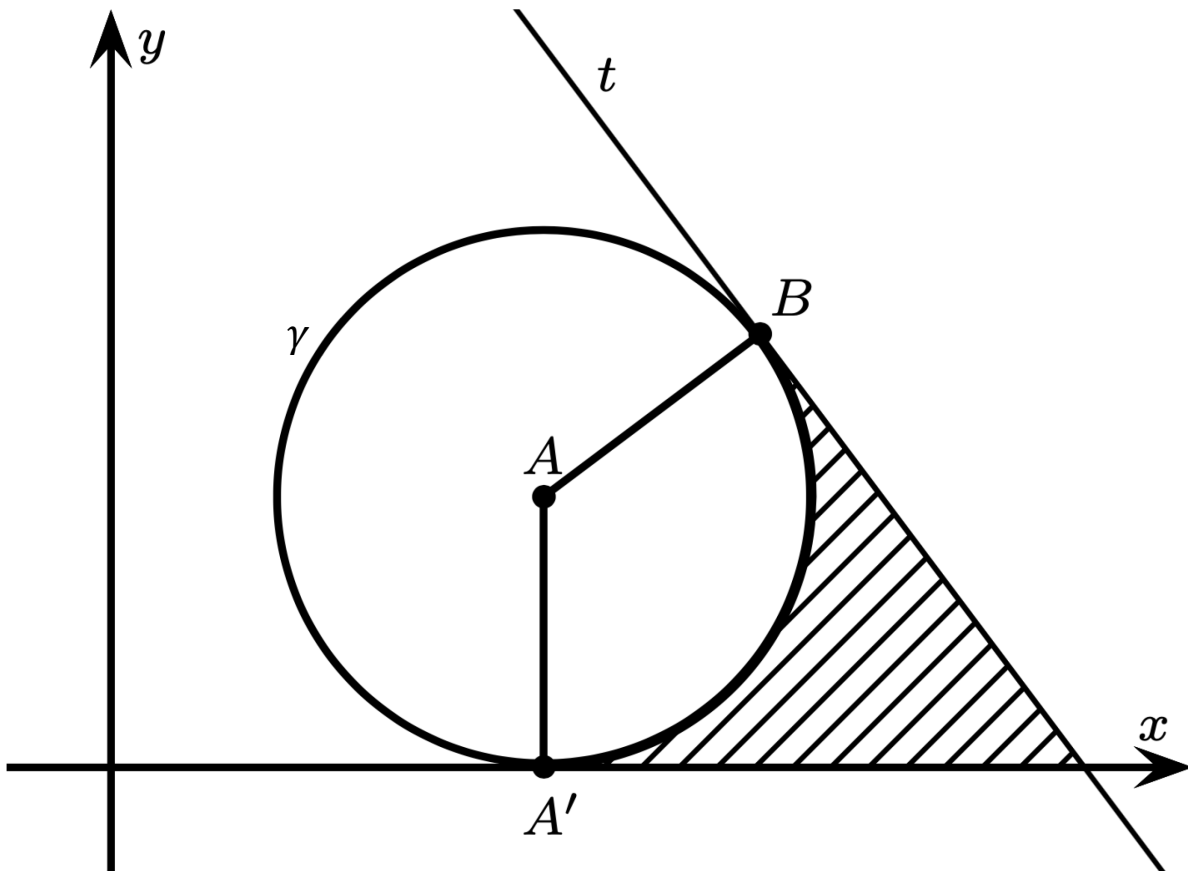
Expert/e : Date : Signature :

Problème 1 (obligatoire, 15 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{-x^2+2x-1}{x-2}$.

- Déterminer l'ensemble de définition de f ainsi que l'ensemble des zéros.
- Déterminer les équations de toutes les asymptotes de f .
- Étudier la croissance de f , puis donner les coordonnées de ses éventuels extrema.
- Représenter le graphe de f .
- Montrer que la fonction f peut s'écrire comme $f(x) = -x + \frac{1}{2-x}$.
- Calculer l'aire de la surface fermée située dans le premier quadrant et délimitée par le graphe de f et les axes de référence.

Problème 2 (obligatoire, 15 points)



a) Donner l'équation du cercle γ de centre $A(8; 5)$ et de rayon 5.

b) Montrer que le point $B(12; 8)$ est sur le cercle γ , puis donner l'équation de la droite t tangente au cercle γ et passant par B .

c) On donne le point $M\left(2; \frac{19}{2}\right)$.

Quelle est la position relative de M par rapport au cercle γ ?

En déduire l'équation d'un cercle γ' de centre M et tangent à γ .

d) Soit A' la projection du point A sur l'axe des abscisses.

Donner la mesure de l'angle $A'AB$, puis calculer l'aire de la surface hachurée.

Problème 3 (à choix avec les problèmes 4 et 5, 10 points)

Chez *Pineapple*, on fabrique des téléphones portables de deux tailles différentes: des petits téléphones dont 10% sont défectueux et des plus grands dont 5% sont défectueux. En moyenne, un client sur trois achète un grand téléphone.

- a) Le magasin vient de vendre un téléphone. Montrer que la probabilité d'avoir vendu un appareil qui fonctionne vaut $\frac{11}{12}$.
- b) Un client achète un appareil qui fonctionne. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un grand téléphone ?

Un client achète deux téléphones.

- c) Quelle est la probabilité d'avoir acheté un petit et un grand téléphone ?
- d) Quelle est la probabilité d'avoir acheté un grand téléphone défectueux et un petit téléphone qui fonctionne ?
- e) Quelle est la probabilité qu'au moins un téléphone fonctionne ?

Julien achète deux téléphones chez *Pineapple* et un autre téléphone *Easycall* d'apparence identique. Julien est certain que le téléphone *Easycall* fonctionne. Julien propose de manière aléatoire un des téléphones à son frère.

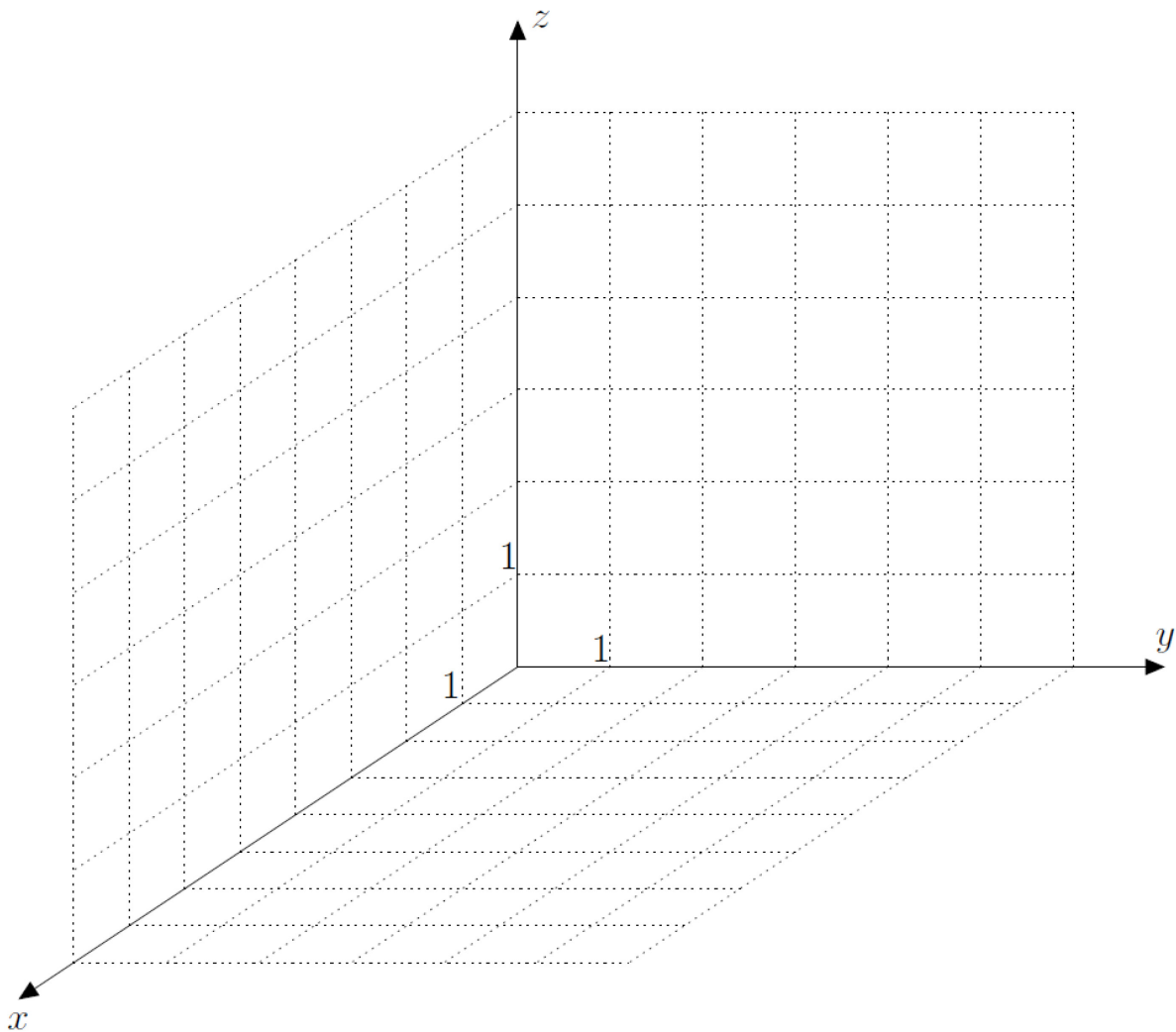
- f) Le téléphone fonctionne. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un téléphone de chez *Pineapple* ?

Problème 4 (à choix avec les problèmes 3 et 5, 10 points)

Un fabricant produit des casques audio Bluetooth au coût de 50 CHF l'unité. Après une étude poussée, il estime que s'il les vend x CHF chacun, les consommateurs en achèteront environ $100 \cdot e^{-0,01x}$ par semaine.

- a) Actuellement, il vend ses casques au prix de 80 CHF.
Montrer qu'il en vend environ 45 unités en une semaine et que son profit hebdomadaire est d'environ 1'350 CHF.
- b) À quel prix le fabricant devrait-il vendre ses casques pour maximiser son profit hebdomadaire ?

Problème 5 (à choix avec les problèmes 3 et 4, 10 points)



- a) On considère la droite d passant par les points $A(1 ; 0 ; 3)$ et $B(3 ; 8 ; -3)$.
Montrer que le point $C(-10 ; -44 ; -30)$ n'appartient pas à d .
- b) Représenter dans le repère ci-dessus la droite d en mettant en évidence la partie visible.
- c) Représenter dans le repère ci-dessus le plan π parallèle au plan Oxz et contenant le point $D(-1 ; 4 ; 1)$.

d) On considère la droite e d'équation:
$$\begin{cases} x = 2 + \delta \\ y = 1 - 3\delta \\ z = 1 + 2\delta \end{cases} \quad (\delta \in \mathbb{R})$$

Les droites d et e ainsi que le plan π se coupent en un seul point: vrai ou faux ? Justifier.

- e) Donner une équation d'une droite g parallèle au plan π , puis d'une droite h contenue dans le plan π .