



Examen suisse de maturité, session d'été 2019

Mathématiques niveau normal

Note :

Durée : 4 heures

Problème 1 : /15 points

Problème 2 : /15 points

Problème 3 : /10 points

Problème 4 : /10 points

Problème 5 : /10 points

Total : /50 points

Candidat-e :

Nom :

Prénom :

Numéro :

Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement :
- les problèmes 1 et 2 qui sont **obligatoires**
- puis **deux problèmes à choix** parmi les problèmes 3, 4 et 5.

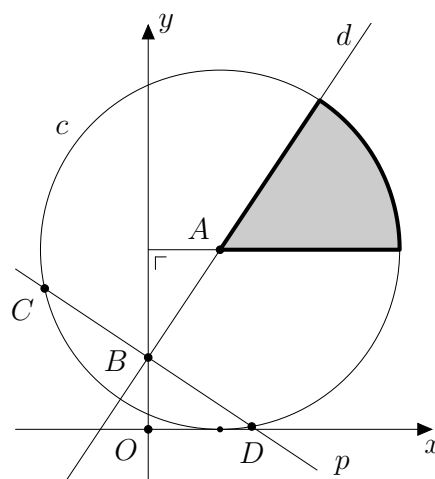
Correcteur-trice : Date :

Signature :

Problème 1 : (obligatoire, 15 points)

La droite d passant par les points $A(2;5)$ et $B(0;2)$ et le cercle c de centre A et tangent à l'axe des abscisses sont représentés dans le dessin ci-contre.

- Donner une équation de la droite d et une équation de la droite p , perpendiculaire à d et passant par B .
- Donner une équation du cercle c ainsi que les coordonnées des points d'intersection du cercle c et de l'axe des ordonnées.
- La droite p coupe le cercle c en deux points C et D . Sans nécessairement calculer les coordonnées de ces 2 points C et D , déterminer la longueur du segment CD ainsi que l'aire du triangle ACD .
- Vérifier que le point $E(6;2)$ appartient au cercle c , puis donner le centre et le rayon du cercle qui passe par les points $O(0;0)$, B et E .
- Calculer l'aire du secteur grisé.



Problème 2 : (obligatoire, 15 points)

On considère la fonction f définie sur $] -1 ; +\infty[$ par $f(x) = \ln(x^3 + 1)$.

- a) Étudier la variation de f et préciser les coordonnées des éventuels extrema de f .
- b) Étudier le signe de la dérivée seconde et en déduire les coordonnées des éventuels points d'inflexion de f .
- c) Le graphe de la fonction f possède-t-il une asymptote verticale ?
Justifier par un calcul de limite.
- d) Le graphe de la fonction f possède-t-il une asymptote horizontale ?
Justifier par un calcul de limite.
- e) Esquisser le graphe de f dans un repère orthonormé.
- f) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la tangente au graphe de f au point d'abscisse $-1/2$ et de l'axe des ordonnées.

Problème 3 : (à choix avec les problèmes 4 et 5, 10 points)

Une tombola est organisée lors d'une fête foraine.

- Il y a 50 billets, à savoir 30 billets rouges et 20 billets bleus.
- Parmi ceux-ci, il y a 10 billets gagnants : 6 billets bleus rapportant 10 francs chacun et 4 billets rouges rapportant 5 francs chacun.

Un participant tire au hasard **un billet**.

- a) Calculer la probabilité de gagner 5 francs.
- b) Calculer la probabilité de gagner 10 francs.
- c) Calculer la probabilité que le billet tiré soit bleu ou gagnant.
- d) Calculer la probabilité que le billet tiré soit rouge sachant qu'il n'est pas perdant.

Un participant tire successivement au hasard **deux billets**.

- e) Calculer la probabilité que le participant gagne exactement 10 francs.

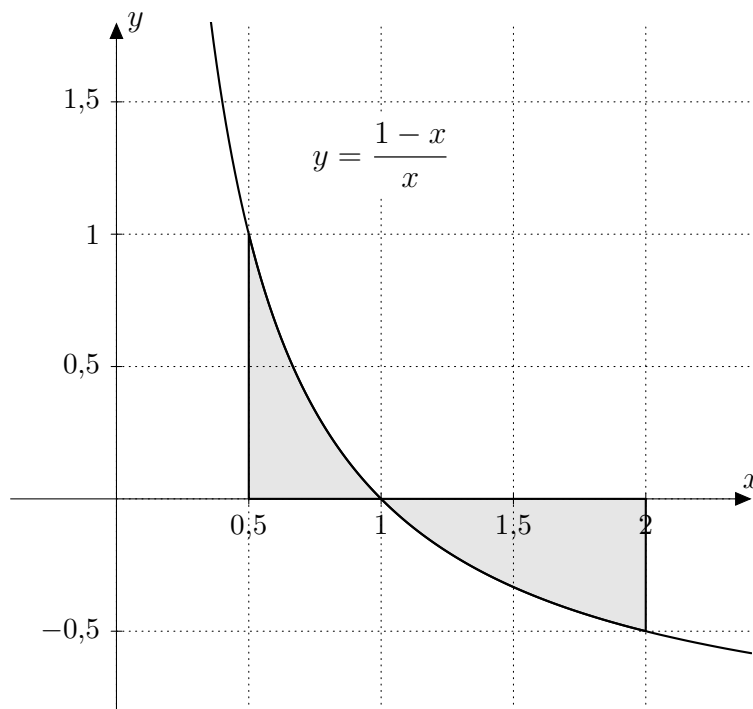
Un participant tire successivement au hasard **trois billets**.

- f) Calculer la probabilité qu'au moins un billet tirés sur les trois soit gagnant.

Problème 4 : (à choix avec les problèmes 3 et 5, 10 points)

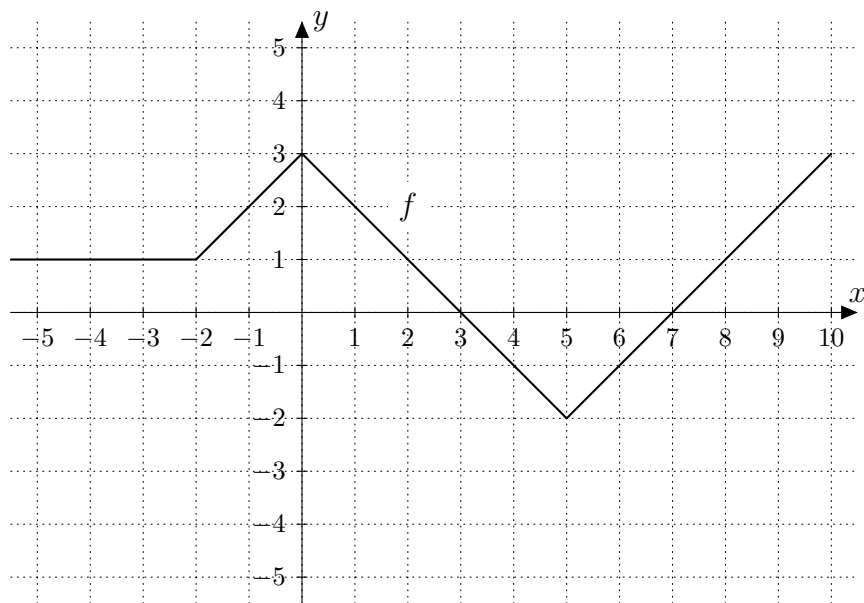
Répondre aux deux questions suivantes par **VRAI** ou **FAUX** en justifiant votre réponse.

- a) L'aire de la surface ombrée indiquée sur la figure ci-dessous est supérieure à 0,4.



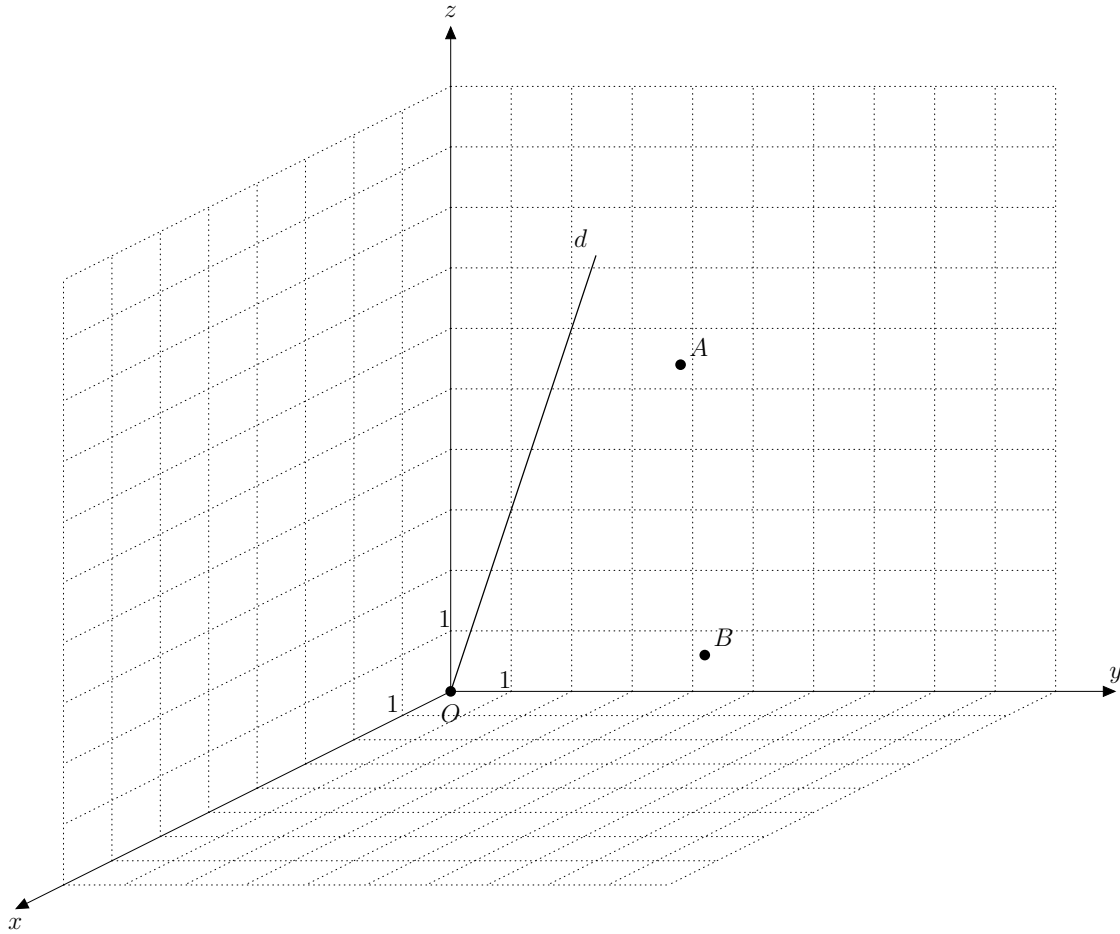
- b) On considère la fonction f représentée ci-dessous.

Il existe un seul nombre réel m , différent de 1, tel que : $\int_1^m f(x) dx = 0$.



Problème 5 : (à choix avec les problèmes 3 et 4, 10 points)

Dans le système d'axes orthonormé $Oxyz$ proposé ci-dessous,



on considère les points $O(0;0;0)$, $A(4;7;7)$, $B(6;9;3)$ et $D(6;3;9)$,

ainsi que la droite d d'équation :
$$\begin{cases} x = 0 + t \\ y = 0 + t \\ z = 0 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

- Placer le point D sur la figure ci-dessus.
- Déterminer une équation du plan α passant par les points A , B et D .
- Déterminer les coordonnées du point I , milieu de BD , puis montrer que ce point correspond au point d'intersection de la droite d et du plan α .
- Déterminer les coordonnées du point C , symétrique du point A par rapport au point I .
- Vérifier que AC et BD sont perpendiculaires et en déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.
- Sachant que la droite d correspond à la hauteur de la pyramide $OABCD$, calculer le volume de celle-ci.
- Compléter la figure ci-dessus en représentant la pyramide $OABCD$. Mettre en évidence sa visibilité en dessinant les arêtes cachées en pointillés.