



EXAMEN SUISSE DE MATURITÉ - Session d'été 2018

MATHÉMATIQUES niveau normal

Durée : 4 heures

Note :

Candidat-e : Nom : Prénom : Numéro :

Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement
- les problèmes 1 et 2 qui sont **obligatoires**
- puis **deux problèmes à choix** parmi les problèmes 3, 4 et 5.

Correction : Nombre de points : /50 points

Correcteur(s)-trice(s) : Date : Signature :

Problème 1 (obligatoire, 15 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2 \cdot e^{1-x}$.

- Déterminer le(s) zéro(s) de f .
- Déterminer les équations des éventuelles asymptotes verticales et horizontales de f .
- Etudier la croissance de f puis donner les coordonnées de ses éventuels extrema.
- Représenter le graphe de f .
- Déterminer l'équation de la normale au graphe de f au point d'abscisse $x = 1$.
- Vérifier que $F(x) = -e^{1-x} \cdot (x^2 + 2x + 2)$ est une primitive de f , puis déterminer l'aire de la surface fermée comprise entre le graphe de f , l'axe Ox et la droite d'équation $x = 2$.

Problème 2 (obligatoire, 15 points)

On donne le cercle Γ_1 d'équation $x^2 + y^2 - 40x - 20y + 420 = 0$, ainsi que les points $A(0; 0)$, $B(12; 6)$ et la droite d d'équation $x - 2y + 10 = 0$.

- a) Déterminer le rayon r_1 ainsi que les coordonnées du point C_1 , centre du cercle Γ_1 .
- b) Vérifier que $B \in \Gamma_1$.
- c) Déterminer la position relative du cercle Γ_1 et de la droite d .
En déduire la plus grande distance d'un point du cercle Γ_1 à la droite d .
- d) Déterminer une équation cartésienne du cercle Γ_2 passant par les points A et B et dont le centre C_2 est situé sur la droite d .
- e) Calculer les coordonnées du point E sur l'axe des ordonnées tel que le triangle AEB soit isocèle en E .
- f) Calculer l'aire du triangle AEB .

Problème 3 (à choix avec les problèmes 4 et 5, 10 points)

Trois amis, *Rodg*, *Rafa* et *Stan* se réunissent pour jouer au tennis.

- La probabilité que *Rodg* l'emporte sur *Rafa* est de 0,7
- La probabilité que *Rafa* l'emporte sur *Stan* est de 0,6
- La probabilité que *Stan* l'emporte sur *Rodg* est de 0,2

Ils décident de faire un tournoi en trois matchs, chacun jouant contre chaque autre.

- a) 1) Quelle est la probabilité que *Rodg* gagne ses deux parties ?
2) Quelle est la probabilité que *Rodg* gagne exactement une partie ?
3) Quelle est la probabilité que *Rodg* perde au plus une partie ?
- b) Lequel de ces trois joueurs a le plus de risque de perdre ses deux parties ?
- c) Quelle est la probabilité que chacun gagne et perde une partie ?
- d) Sachant que chaque joueur a gagné et perdu une partie, quelle est la probabilité que *Rafa* ait gagné sa partie contre *Rodg* ?
- e) Sachant que *Rodg* a gagné ses deux parties, quelle est la probabilité que *Stan* ait gagné sa partie contre *Rafa* ?

Problème 4 (à choix avec les problèmes 3 et 5, 10 points)

Soit $A(2; 3; -1)$, $B(1; -1; 0)$, $C(0; 2; 1)$, $D(0; 0; 3)$ et $E(1; 1; z)$ cinq points de l'espace.

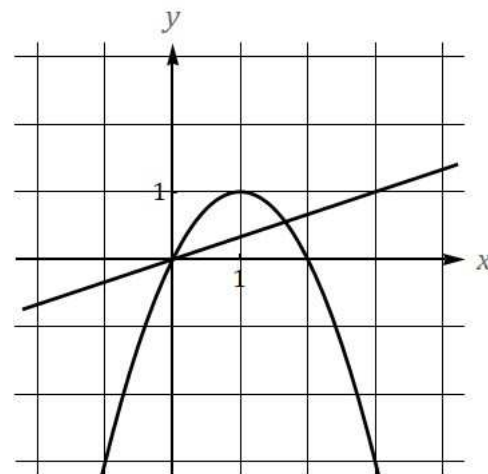
- a) Déterminer une équation paramétrique de la droite d passant par les points A et C .
- b) Déterminer une équation paramétrique du plan π contenant les points A , B et C .
- c) Déterminer les coordonnées du point d'intersection Q entre la droite d et le plan Oxz .
- d) Déterminer les coordonnées du point F tel que $BCFD$ (sens horaire) soit un parallélogramme.
En déduire la nature de ce parallélogramme.
- e) Calculer toutes les valeurs possibles de z pour lesquelles le triangle BCE est rectangle en E .

Problème 5 (à choix avec les problèmes 3 et 4, 10 points)

Les trois questions ci-dessous sont indépendantes.

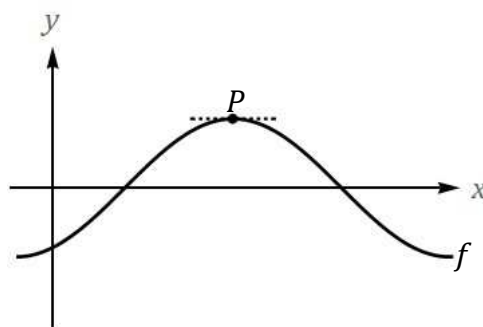
- a) Les graphes des fonctions $f(x) = 2x - x^2$ et $g(x) = \frac{1}{3}x$ sont donnés ci-contre.

Résoudre l'inéquation: $f(x) < g(x)$.



- b) Le graphe de la fonction $f(x) = 2 \sin(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{3})$ est donné ci-contre.

Calculer la valeur exacte des coordonnées du sommet P du graphe de f .



- c) Le graphe de la fonction $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - 4$ est donné ci-contre.

Calculer les coordonnées exactes de ses points d'intersection avec l'axe Ox .

