



Examen suisse de maturité, session d'été 2017

Mathématiques niveau normal

Note :

Durée : 4 heures

Candidat : Nom : Prénom : Numéro :

Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement :
- les problèmes 1 et 2 qui sont **obligatoires**
- puis **deux problèmes à choix** parmi les problèmes 3, 4 et 5.

Correction : Total : /50 points Date et signature

Problème 1 : (obligatoire, 17 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = x - 5 + \frac{4}{x^2}$.

- a) Donner l'ensemble de définition de f .
- b) Déterminer les équations des éventuelles asymptotes de f .
- c) Étudier la croissance de f , puis donner les coordonnées de ses éventuels extrema.
- d) Représenter le graphe de f .
- e) En quel(s) point(s) du graphe de f la tangente est-elle parallèle à la droite d'équation $2x - y + 3 = 0$?
- f) Vérifier que $x_0 = 1$ est un zéro de f , puis déterminer l'aire de la surface délimitée par les axes Ox et Oy , le graphe de f et la droite d'équation $y = -2$.

Problème 2 : (obligatoire, 13 points)

Dans un repère orthonormé Oxy , on considère les points $A(0; -16)$, $B(20; -1)$ et $C(44; -8)$.

- a) Déterminer une équation de la droite passant par les points A et C .
- b) En quel sommet le triangle ABC est-il isocèle?
- c) Déterminer l'angle en B du triangle ABC .
- d) Déterminer les coordonnées du point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un losange.
- e) Déterminer l'équation du cercle γ inscrit dans le losange $ABCD$.
- f) Montrer que le cercle γ occupe moins de 63% de la surface du losange $ABCD$.

Problème 3 : (à choix avec les problèmes 4 et 5, 10 points)

Chiara et Jade ont décidé de s'initier au snowboard. Elles choisissent une pente facile et un télésiège à une place du type "assiette".

- Nous considérons que lorsque Chiara prend le télésiège, elle arrive en haut une fois sur trois.
 - a) Quelle est la probabilité que sur 3 tentatives, Chiara arrive une seule fois en haut ?
 - b) Quelle est la probabilité que sur 3 tentatives, Chiara arrive au moins une fois en haut ?
 - c) Combien de tentatives, au minimum, faut-il à Chiara pour que la probabilité d'arriver au moins une fois en haut soit supérieure à 98% ?
- Lorsque Jade prend le même télésiège, nous considérons qu'elle arrive en haut deux fois sur trois.
 - d) Lors d'une montée de Chiara et Jade, quelle est la probabilité qu'elles arrivent toutes les deux en haut ?
 - e) Lors d'une montée de Chiara et Jade, quelle est la probabilité que seule l'une d'entre elles arrive en haut ?
- Jade propose le pari suivant à Chiara : "Je parie que sur les 2 montées suivantes, j'arrive en haut plus souvent que toi."
 - f) Quelle est la probabilité que Jade gagne son pari ?

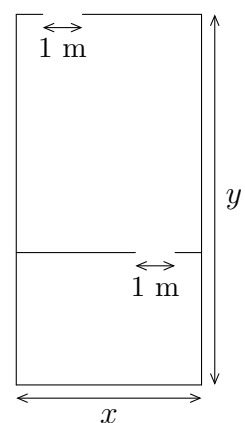
Problème 4 : (à choix avec les problèmes 3 et 5, 10 points)

On projette d'installer un bureau formé de deux pièces sur une surface de 150 m^2 dont la disposition au sol pourrait être celle du plan ci-contre.

La construction des parois verticales revient à 200 CHF le mètre et la partie située au-dessus des portes est négligée.

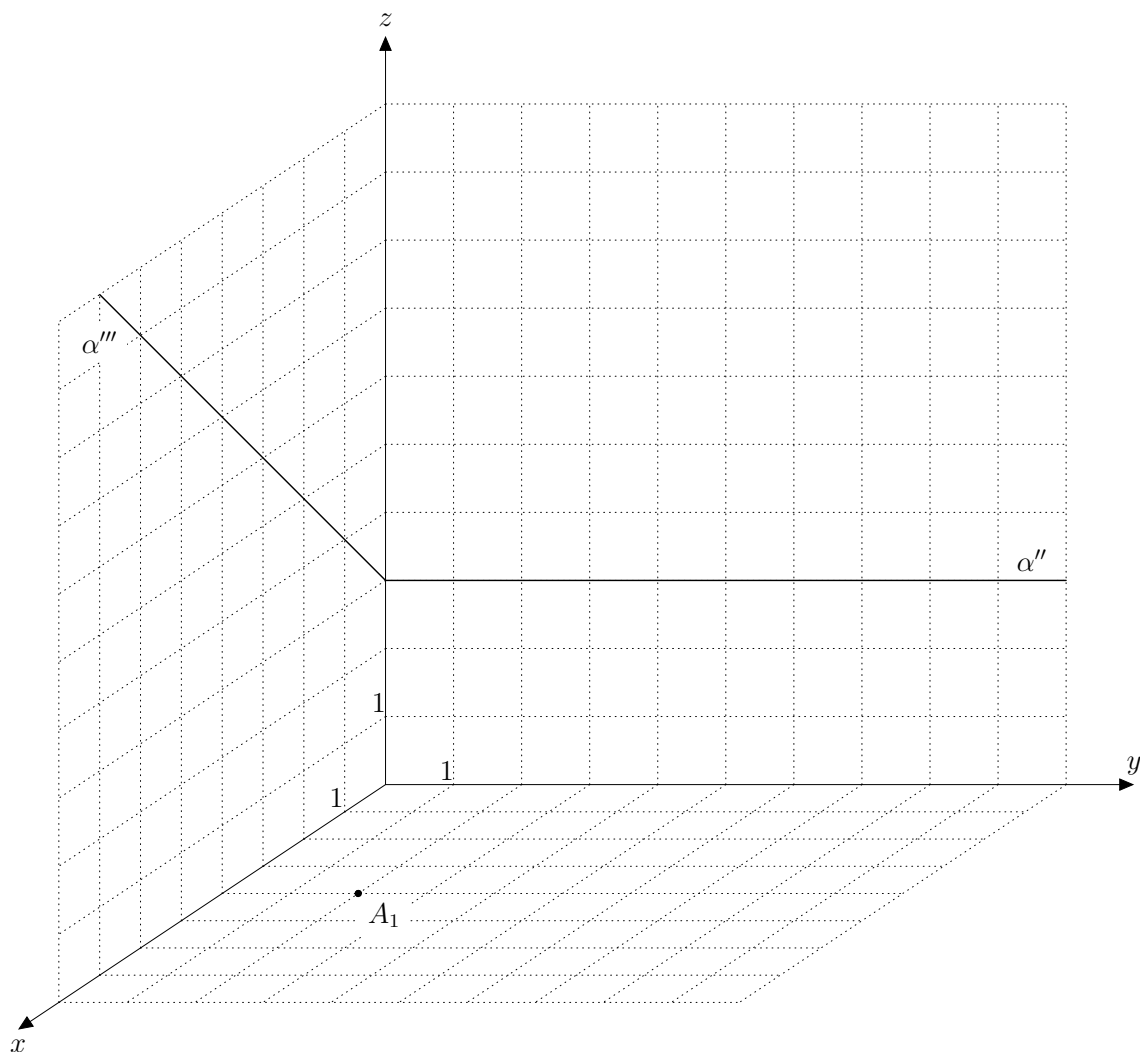
Chacune des deux portes coûte 600 CHF.

- a) En considérant $x = 8 \text{ m}$, montrer que le coût de l'agencement sera de 13'100 CHF.
- b) Quel est l'agencement qui minimise le coût et que vaut ce coût minimum ?



Problème 5 : (à choix avec les problèmes 3 et 4, 10 points)

Dans le système d'axes orthonormés $Oxyz$ proposé ci-dessous, on considère le plan α donné par ses traces ainsi que la première projection A_1 d'un point A situé dans le plan α .



- Déterminer les coordonnées du point A_1 représenté ci-dessus.
- Représenter le point $B(1; 5; 4)$.
- Déterminer une équation du plan α .
- Montrer que le point B est situé dans le plan α .
- Représenter le plan vertical β contenant les points A et B .
- Représenter la droite d , intersection des plans α et β . En donner une équation et justifier que le point B est situé sur celle-ci.
- Déterminer les coordonnées du point A et le représenter ci-dessus.