



EXAMEN SUISSE DE MATURITÉ - Session d'été 2016

Mathématiques niveau normal

Durée : 4 heures

Note :

Candidat : Nom : Prénom : Numéro :

Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement:

- les problèmes 1 et 2 qui sont **obligatoires**
- puis **deux problèmes à choix** parmi les problèmes 3, 4 et 5.

Correction : Nombre de points : /50 points

Problème 1 (obligatoire, 15 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne les points $A(2; 3)$, $B(-1; 2)$ et $E(4; -3)$.

- a) Montrer que le triangle ABE est rectangle en A .
- b) Déterminer une équation du cercle c , circonscrit au triangle ABE .
- c) Donner une équation cartésienne de la droite d passant par les points B et E .
- d) La droite p , perpendiculaire à la droite d et passant par le point A , coupe d en H et coupe une seconde fois le cercle c en A' .
 - Ecrire une équation cartésienne de la droite p .
 - Déterminer les coordonnées du point H .
 - Déterminer les coordonnées du point A' .

Problème 2 (obligatoire, 15 points)

On donne la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x^2-2}{x^2+1}$.

- a) Étudier la fonction f (ensemble de définition, intersections du graphe avec les axes, asymptotes, croissance et extrema) puis dessiner son graphe.
- b) On note I_1 et I_2 les points d'intersection du graphe de f avec l'axe Ox , t_1 la tangente au graphe de f en I_1 , et t_2 la tangente en I_2 . Calculer l'angle aigu formé par t_1 et t_2 .
- c) On considère encore la fonction g donnée par $g(x) = \ln(f(x))$.
 - Donner l'ensemble de définition de g .
 - Donner les zéros et les asymptotes de g .
 - Dessiner le graphe de g dans le repère utilisé pour le graphe de f .

Problème 3 (à choix avec les problèmes 4 et 5, 10 points)

Pour un examen,

50% des candidats l'ont bien préparé;

30% des candidats ne l'ont pas préparé;

20% des candidats l'ont mal préparé.

- a) Dans un groupe de 3 candidats à l'examen, quelle est la probabilité qu'un seul ne l'ait pas préparé ?
- b) Dans un groupe de 10 candidats à l'examen, quelle est la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux l'ait bien préparé ?
- c) Dans un groupe de 2 candidats à l'examen, quelle est la probabilité que les 2 candidats aient le même niveau de préparation ?
- d) Dans un groupe de 2 candidats à l'examen, quelle est la probabilité que les 2 candidats aient un niveau de préparation différent ?

L'examen a eu lieu. Les candidats bien préparés ont tous réussi, aucun des candidats qui ne s'étaient pas préparés n'a réussi, et seul le 50% des candidats mal préparés ont réussi l'examen.

- e) Quelle est la probabilité qu'un candidat choisi au hasard ait réussi l'examen ?
- f) Un candidat a réussi l'examen. Quelle est la probabilité qu'il se soit mal préparé à cet examen ?

Problème 4 (à choix avec les problèmes 3 et 5, 10 points)

La température journalière moyenne T dans une certaine ville au cours d'une année non bissextile est donnée par la fonction suivante:

$$T(t) = 20 - 14 \cos\left(\frac{2\pi}{365} \cdot (t - 32)\right)$$

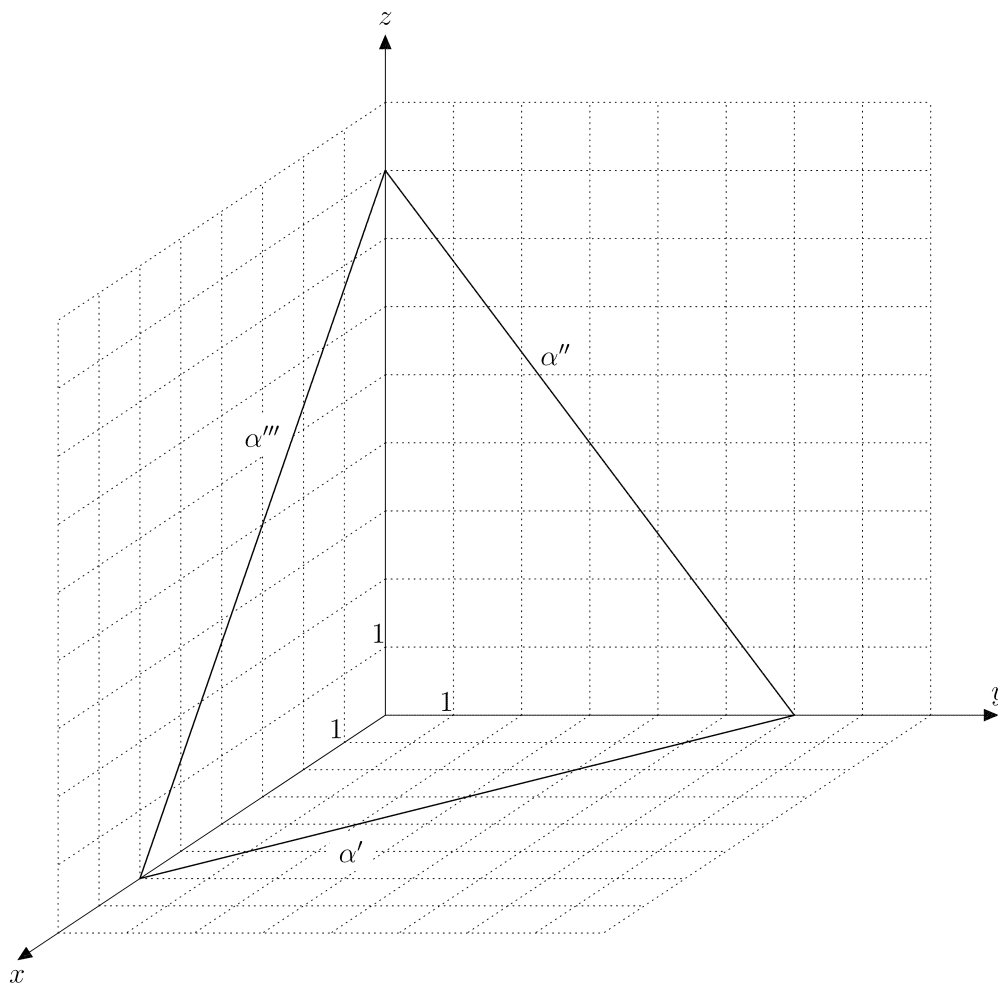
où t est le temps exprimé en jours, avec $t = 1$ correspondant au 1^{er} janvier.

- a) Montrer que la température moyenne le 1^{er} janvier est d'environ 8°C .
- b) Calculer les dates des jours où la température sera de 13°C .
- c) Calculer les dates du jour le plus froid et du jour le plus chaud. Indiquer également les températures à ces deux dates.

Indication: pensez à mettre votre calculatrice en mode RADIAN.

Problème 5 (à choix avec les problèmes 3 et 4, 10 points)

Dans le système d'axes orthonormé $Oxyz$ proposé ci-dessous :



- Déterminer une équation du plan α dont on a représenté les traces sur la figure ci-dessus.
- Représenter ci-dessus le point $P(2 ; 2 ; 4)$.
- Ce point P est-il situé au-dessus, au-dessous ou sur le plan α ? (justifier)
- Représenter également le plan β d'équation paramétrique:

$$\begin{cases} x = \lambda \\ y = 3 \\ z = \mu \end{cases} \quad (\lambda \in \mathbb{R}, \mu \in \mathbb{R})$$

- Déterminer une équation paramétrique de la droite d d'intersection des plans α et β , puis représenter également sa partie *visible*.
- Les traces visibles α' , α'' et α''' dessinent un triangle. Calculer les angles en ses différents sommets puis son aire.