



Examen suisse de maturité, session d'hiver 2015

Mathématiques niveau normal

Candidat : Nom : Prénom : Groupe :

Correcteur : Date : Signature :

Note :

Durée : 4 heures

Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement les problèmes 1 et 2 ainsi que deux des trois problèmes suivants. Le nombre de points maximum est 50.

Problème 1 (obligatoire, 15 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = (3 - x^2) e^{-x}$.

- Étudier la fonction f (ensemble de définition, zéros et signe, asymptote(s), variations et extrema, graphe).
- On donne $f''(x) = (-x^2 + 4x + 1) e^{-x}$, la deuxième dérivée de f .
Le graphe de f admet deux points d'inflexion d'abscisses positives : vrai ou faux ? Justifier.
- Vérifier que la fonction $F(x) = (x^2 + 2x - 1) e^{-x}$ est une primitive de f , puis calculer l'aire de la surface fermée délimitée par l'axe Ox et le graphe de f .

Problème 2 (obligatoire, 15 points)

Dans un repère orthonormé Oxy , on considère les points $A(7; 0)$, $B(-1; 6)$ et $C(5; 14)$.

- Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par les points A et B .
- Vérifier que le triangle ABC est isocèle et rectangle en B .
- Déterminer l'équation du cercle c_1 qui passe par les sommets du triangle ABC .
- Donner une équation cartésienne de la droite p perpendiculaire à la droite d et passant par A .
- Déterminer les centres et les rayons des cercles c_2 et c_3 tangents aux droites d et p et dont les centres sont situés sur l'axe Oy .

Problème 3 (à choix avec les problèmes 4 et 5, 10 points)

À l'université de sciences économiques, les étudiants sont répartis en deux filières A et B . Deux tiers des étudiants sont dans la filière B .

Parmi les étudiants de la filière B , 90% sont inscrits dans l'option droit. Par contre, seuls 60% des étudiants de la filière A sont inscrits dans l'option droit.

- On interroge un étudiant choisi au hasard.
 - a) Montrer que la probabilité que l'étudiant soit inscrit dans l'option droit est de 80%.
 - b) Déterminer la probabilité que l'étudiant soit en filière B et qu'il ne se soit pas inscrit dans l'option droit.
 - c) Déterminer la probabilité que l'étudiant soit en filière A ou qu'il se soit inscrit dans l'option droit.
 - d) Déterminer la probabilité que l'étudiant soit en filière A sachant qu'il n'est pas inscrit dans l'option droit.
- On interroge au hasard successivement trois étudiants.
 - e) Déterminer la probabilité que les trois étudiants soient inscrits dans l'option droit.
 - f) Déterminer la probabilité qu'au moins un des trois étudiants ne soit pas inscrit dans l'option droit.

Problème 4 (à choix avec les problèmes 3 et 5, 10 points)

- a) Calculer le nombre réel pour lequel la différence entre sa racine carrée et son logarithme naturel est extrême.
- b) Déterminer la nature de cet extrémum (justifier).

Problème 5 (à choix avec les problèmes 3 et 4, 10 points)

Le plan π passe par les points $P(0; 5; 0)$, $Q(2; 0; 2)$ et $R(1; 0; 3)$.

- a) Dans le repère orthonormé ci-dessous, représenter le plan π par ses traces et donner une équation du plan π .

On considère le cube $OABCDEFG$ avec $O(0; 0; 0)$, $A(4; 0; 0)$, $B(4; 4; 0)$ et $D(0; 0; 4)$.

- b) Donner les coordonnées des sommets C, E, F et G et représenter ce cube dans le même repère que le plan π .
- c) Dessiner la section du cube par le plan π . Donner les coordonnées des sommets du polygone d'intersection et préciser la nature de ce polygone.
- d) La diagonale OF du cube coupe le plan π en un point I .
Dessiner I en laissant les traits de construction.
Calculer les coordonnées de I .

