



Examen suisse de maturité, session d'hiver 2014

MATHEMATIQUES NIVEAU NORMAL

Durée : 4 heures

Note :

Candidat : Nom : Prénom : Numéro :

Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement :

- les problèmes 1 et 2 qui sont obligatoires
- puis deux problèmes à choix parmi les problèmes 3, 4 et 5.

Correcteur(s) : Date :

Signature(s) :

Problème 1 (obligatoire, 15 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = x + 2 + \frac{4}{x-3}$.

- a) Déterminer l'ensemble de définition et les zéros de f .
- b) Déterminer les équations des éventuelles asymptotes de f .
- c) Etudier la croissance de f puis donner les coordonnées de ses éventuels extrema.
- d) Représenter le graphe de f .
- e) Calculer l'aire du domaine situé dans le deuxième quadrant et délimité par l'axe des abscisses et le graphe de f .

Problème 2 (obligatoire, 15 points)

Dans un repère orthonormé O_{xy} , on donne :

- les points $A(6 ; -7)$ et $B(-2 ; -1)$;
 - la droite d d'équation $y - 8 = 0$;
 - le cercle γ d'équation $x^2 + y^2 + 2x + 16y + 15 = 0$.
- a) Déterminer les coordonnées du centre C et le rayon r du cercle γ .
 - b) Montrer que les points A et B sont sur le cercle γ puis calculer la distance AB .
 - c) On désire déterminer les coordonnées d'un point D situé sur la droite d tel que l'aire du triangle ABD vaille 30.
 - Combien existe-t-il de tels points ? (Justifier).
 - Déterminer les coordonnées de l'un d'entre eux.
 - d) On considère le point $E(12 ; 1)$. Déterminer l'aire du cercle circonscrit au triangle ABE .

Problème 3 (à choix avec les problèmes 4 et 5, 10 points)

Jean-Marc joue souvent sur son iPad à un jeu de cartes de type « Solitaire ».

Il existe trois niveaux à ce jeu : la moitié des parties sont de niveau *Débutant*, un tiers des parties sont de niveau *Intermédiaire*, le reste des parties étant de niveau *Expert*. Les parties sont choisies au hasard par l'iPad (Jean-Marc ne peut pas choisir le niveau des parties).

Jean-Marc a 90% de chances de gagner au niveau *Débutant*, 60% de chances de gagner au niveau *Intermédiaire* et il a 72% de chances de gagner une partie.

- a) Calculer la probabilité que Jean-Marc joue une partie de niveau *Débutant* et gagne.
- b) Montrer que Jean-Marc a 42% de chances de gagner au niveau *Expert*.
- c) Calculer la probabilité que Jean-Marc perde une partie étant donné qu'elle est de niveau *Expert*.
- d) Jean-Marc gagne une partie. Calculer la probabilité qu'elle soit de niveau *Débutant*.

Jean-Marc joue successivement deux parties.

- e) Calculer la probabilité qu'il gagne une des deux parties et qu'il perde l'autre partie.

Jean-Marc joue successivement quatre parties.

- f) Calculer la probabilité qu'il gagne au moins une partie.

Problème 4 (à choix avec les problèmes 3 et 5, 10 points)

Un parachutiste tombe en chute libre. Dès l'ouverture de son parachute, sa vitesse (en [m/s]) diminue brusquement. La vitesse v est donnée par la formule suivante :

$$v(t) = 5 \cdot \frac{6 + 5 \cdot e^{-t/10}}{6 - 5 \cdot e^{-t/10}}$$

où t désigne le temps écoulé, en secondes, depuis l'ouverture du parachute.

- a) Déterminer la vitesse du parachutiste au moment où il ouvre son parachute.
- b) Déterminer la vitesse, cinq secondes après l'ouverture du parachute.
- c) Déterminer à quel instant t la vitesse est de 10 [m/s].
- d) Calculer $\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t)$. Quelle interprétation peut-on faire de la valeur obtenue ?
- e) Esquisser le graphe de $v(t)$.
- f) Déterminer sans calcul $\lim_{t \rightarrow +\infty} v'(t)$.

Problème 5 (à choix avec les problèmes 3 et 4, 10 points)

Dans le système d'axes $Oxyz$ proposé ci-dessous :

- a) Représenter les points $A(3 ; 2 ; 0)$, $B(2 ; 0 ; 3)$ et $C(1 ; 2 ; 3)$.
- b) Donner une représentation paramétrique du plan π passant par les points A , B et C , puis représenter le plan π par ses traces.
- c) Donner une représentation paramétrique de la droite d passant par les points C et $D(0 ; 4 ; 3)$.
- d) La droite d est-elle incluse dans le plan π ? Justifier par calcul.
- e) Représenter la « partie visible » de la droite d .

