



EXAMEN SUISSE DE MATURITÉ D'ÉTÉ 2012

Mathématiques niveau normal

Durée: 4 heures

Note:

Candidat: Nom:..... Prénom:..... Numéro:.....

Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement les problèmes 1 et 2 ainsi que deux des trois problèmes suivants. Le nombre de points maximum est 50.

Problème 1 (obligatoire, 15 points)

On considère la fonction $f(x) = \frac{(x+1)^3}{4x^2}$.

- a) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- b) Calculer le(s) zéro(s) de f , puis étudier le signe de f .
- c) Déterminer l'équation cartésienne de chaque asymptote de f .
- d) Calculer les coordonnées du(des) point(s) d'intersection de f avec son asymptote, horizontale ou oblique, déterminée en c).
- e) Vérifier par des calculs détaillés que $f'(x) = \frac{(x+1)^2 \cdot (x-2)}{4x^3}$ puis étudier la croissance de f .
- f) Déterminer les coordonnées des éventuels extrema de f .
- g) Tracer avec soin le graphe de f et son(ses) asymptote(s).
- h) La tangente à f en $x = 1$ coupe l'axe Ox au point A et l'axe Oy au point B .
Calculer l'aire du triangle OAB .



Problème 2 (obligatoire, 15 points)

Dans le plan, on donne les droites $a : \begin{cases} x = -2 + 3k \\ y = -2 + 4k \end{cases} (k \in \mathbb{R})$ et $b : x - y + 1 = 0$.

- a) Déterminer les coordonnées du point d'intersection I des droites a et b .
- b) Donner l'angle que forment les droites a et b .
- c) Calculer les coordonnées des points de la droite a situé à distance 10 de I .

Pour la suite du problème prendre: $A(7;10)$.

- d) Déterminer les coordonnées d'un point B de la droite b de sorte que le triangle AIB soit rectangle en B .
- e) Calculer l'aire du triangle AIB .
- f) Donner le centre et le rayon du cercle c circonscrit au triangle AIB .

Problème 3 (à choix avec les problèmes 4 et 5, 10 points)

Une agence de location de voitures dispose de 15 véhicules récents et de 35 véhicules anciens. L'agence a constaté que les clients à qui elle louait un véhicule récent avaient une panne dans 0,5 % des cas, alors que ceux à qui elle louait un véhicule ancien avaient une panne dans 2,5 % des cas.

- a) Calculer la probabilité qu'un véhicule loué au hasard tombe en panne.
- b) Un véhicule loué au hasard tombe en panne. Calculer la probabilité qu'il s'agisse d'un véhicule ancien.

Soucieuse de son image de marque, l'agence décide de remplacer un certain nombre de ses véhicules anciens par des véhicules récents.

- c) Calculer le nombre de véhicules anciens qu'il faut remplacer par des véhicules récents pour que les pannes se produisent moins d'une fois sur cent.

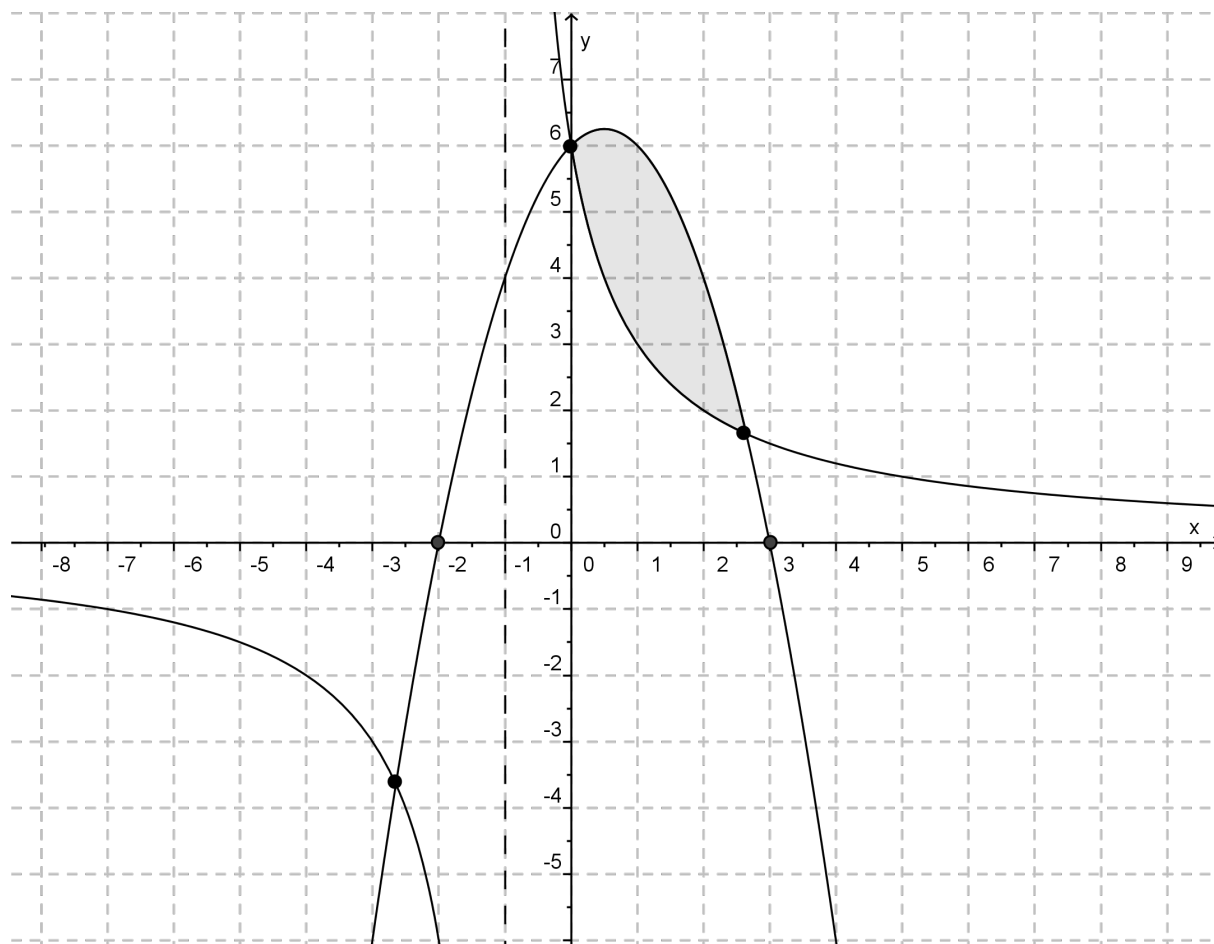


Problème 4 (à choix avec les problèmes 3 et 5, 10 points)

On considère les fonctions f et g dont les graphes sont donnés ci-dessous.

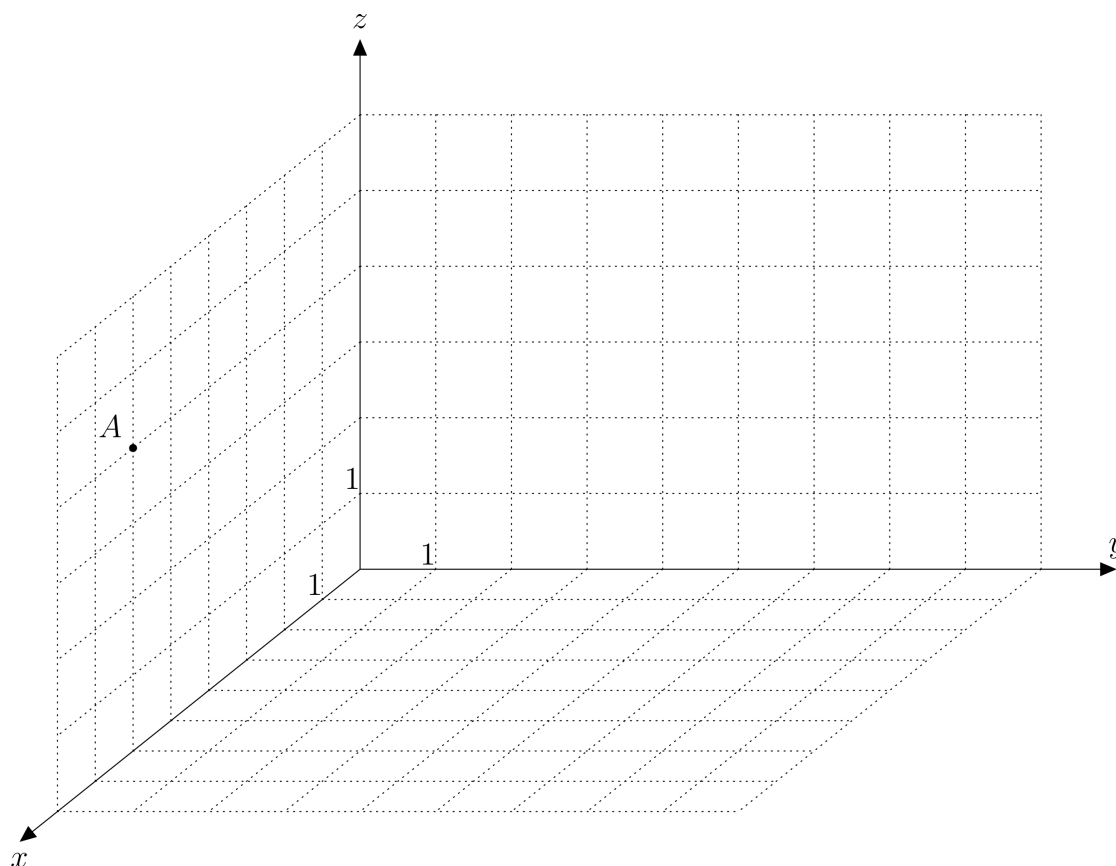
L'expression fonctionnelle de f est $f(x) = \frac{6}{x+1}$.

- À partir du dessin, donner l'expression fonctionnelle de g sachant que son graphe est une parabole.
- Calculer l'aire de la surface grisée.





Problème 5 (à choix avec les problèmes 3 et 4, 10 points)



- a) À l'aide de la figure ci-dessus, déterminer les coordonnées du point A situé dans la paroi (la paroi est le plan défini par les axes Ox et Oz), puis représenter ci-dessus les points $B(0 ; 0 ; 2)$ et $C(0 ; 4 ; 0)$.
- b) Déterminer une équation du plan α formé par les trois points A , B et C .
- c) Représenter le plan α dans le repère ci-dessus.
- d) Le point $P(6 ; 4 ; 2)$ est-il situé au-dessus, sur, ou au-dessous du plan α ? (justifier)
- e) Le plan α étant considéré comme opaque, représenter la "partie visible" de la droite d d'équation:
$$\begin{cases} x = 6 - 6k \\ y = 4 + 2k \\ z = 2 + k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}).$$