



Examen suisse de maturité, session d'été 2011

Mathématiques niveau normal

Note :

Durée : 4 heures

Candidat : Nom :

Prénom :

Numéro :

Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement :
- les problèmes 1 et 2 qui sont **obligatoires**
- puis **deux problèmes à choix** parmi les problèmes 3, 4 et 5.

Correcteur(s) : Date :

Signature(s) :

Problème 1 : (obligatoire, 13 points)

On considère la fonction $f(x) = \frac{e^x}{1-2x}$

- a) Déterminer l'ensemble de définition et le signe de f .
- b) Déterminer les équations des asymptotes verticales et horizontales éventuelles de f .
- c) Montrer que la dérivée de f est donnée par $f'(x) = \frac{e^x(3-2x)}{(1-2x)^2}$.
- d) Étudier la croissance de f . Donner les coordonnées des extrema éventuels.
- e) Déterminer l'équation de la tangente au graphe de f en son point d'intersection avec l'axe des ordonnées.
- f) En utilisant les résultats précédents, tracer le graphe de f .
- g) En utilisant une autre couleur, ajouter le graphe de la fonction g définie par :

$$g(x) = f(-x) \quad (\text{expliquer brièvement votre démarche})$$

Problème 2 : (obligatoire, 17 points)

On considère le triangle ABC de sommets $A(0;20)$, $B(-10;0)$ et $C(12;-4)$. On donne encore une équation du côté AB : $2x - y + 20 = 0$.

- a) Déterminer une équation paramétrique du côté AC .
- b) Déterminer une équation cartésienne du côté BC .
- c) Montrer que le triangle ABC est isocèle. Calculer ensuite la mesure de l'angle $\angle BAC$.
- d) La droite d parallèle à AB passant par le point $D(2;0)$ coupe BC en K et AC en L . Calculer l'aire du trapèze $ABKL$.
- e) Déterminer les coordonnées du point F , situé sur le côté AC , de sorte que AF soit perpendiculaire à BF .

Problème 3 : (à choix avec les problèmes 4 et 5, 10 points)

Pour une tombola, on prépare 1'000 billets. Parmi ces 1'000 billets, l'un désigne le *gros lot*, 10 désignent un *petit lot* et 2 billets permettent de retirer immédiatement un nouveau billet.

Lors de l'ouverture de la tombola, une personne achète le premier billet qu'elle choisit au hasard parmi les 1'000 billets disponibles.

- a) Quelle est la probabilité qu'elle gagne un lot sans retirer de billet ?
- b) Quelle est la probabilité qu'elle ne puisse pas retirer un nouveau billet ?
- c) Quelle est la probabilité qu'elle gagne le *gros lot* ?
- d) Quelle est la probabilité qu'elle ne gagne rien ?
- e) Sachant qu'elle a gagné un lot, quelle est la probabilité qu'elle n'ait pas retiré de billets ?

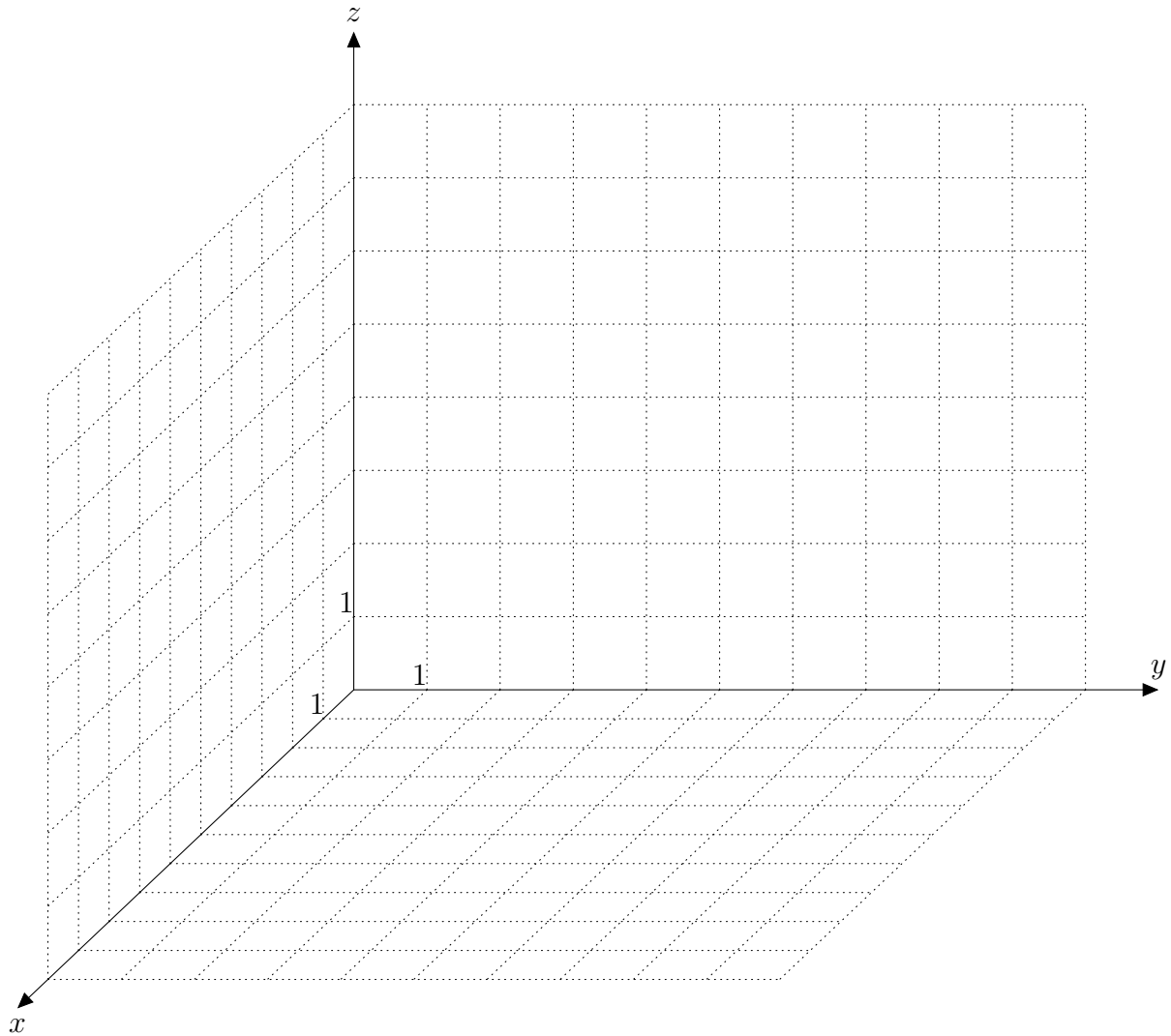
Problème 4 : (à choix avec les problèmes 3 et 5, 10 points)

On considère la parabole d'équation $y = 2x^2$ et le point $P(0;4)$.

Déterminer l'ensemble des points $Q(x;y)$ de la parabole qui sont à une distance minimale du point P .

Problème 5 : (à choix avec les problèmes 3 et 4, 10 points)

Dans le système d'axes $Oxyz$ proposé ci-dessous :



- a) Représenter la *partie visible* du plan α donné par 3 points :

$$A(8; 0; 0) \quad B(3; 5; 0) \quad C(0; 4; 3)$$

- b) Déterminer une équation paramétrique de ce plan α .
c) On considère encore le point $D(4; 4; 6)$. Déterminer une équation paramétrique de la droite OD .
d) Déterminer les coordonnées du point I , intersection de la droite OD et du plan α .
e) Le plan α étant considéré comme opaque, représenter la *partie visible* de cette droite.
f) Représenter également le plan β d'équation paramétrique

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = \lambda \\ z = \mu \end{cases}$$

- g) Déterminer une équation paramétrique de la droite d'intersection des plans α et β puis représenter également sa *partie visible*.