

EXAMEN SUISSE DE MATURITÉ SESSION D'HIVER 2010

Mathématiques niveau normal

Durée : 4 heures

Note :

Nom : Prénom : Groupe :

Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement les problèmes 1 et 2 ainsi que deux des trois problèmes suivants. Le nombre de points maximum est 50.

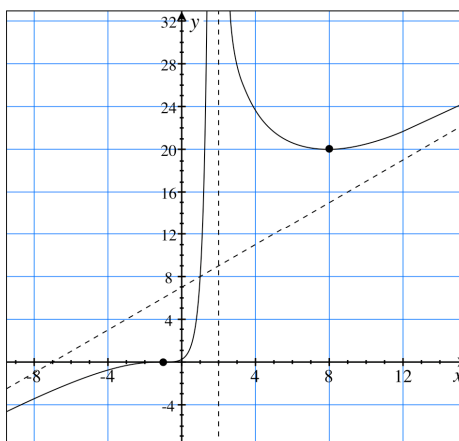
Problème 1 (obligatoire, 15 points)

a) On considère la fonction f définie par $f(x) = (1 - 2x) \cdot e^{2x}$.

Étudier la fonction f en traitant les points suivants:

- l'ensemble de définition, les zéros et le signe de f ;
- les asymptotes de f ;
- la dérivée f' ;
- le tableau de croissance de f ainsi que les coordonnées de ses extremums ;
- la représentation graphique de f .

b) On donne le graphe d'une fonction g .



Déterminer :

- l'ensemble de définition, la parité, le tableau de signe et les zéros de g ;
- l'équation de toutes les asymptotes de g ;
- le tableau de croissance ainsi que les coordonnées approximatives des extremums de g .

Problème 2 (obligatoire, 15 points)

On considère le triangle de sommets $A(1 ; 1)$, $B(5 ; 3)$ et $C(3 ; 5)$.

- a) Trouver l'équation cartésienne de la droite d qui passe par les points A et C et celle de la droite h passant par B perpendiculairement à d puis déterminer le point I d'intersection des droites d et h ;
- b) Trouver les équations des médiatrices m_1 et m_2 des segments AB et AC puis déterminer le point M d'intersection des droites m_1 et m_2 ;
- c) Donner l'équation du cercle c circonscrit au triangle ABC ;
- d) Calculer l'aire de la surface comprise entre le cercle c et le triangle ABC .

Problème 3 (à choix avec les problèmes 4 et 5, 10 points)

Une boîte de chocolats contient 3 boules blanches (en chocolat blanc) et 3 boules noires (en chocolat noir). Elles sont indiscernables au toucher et donc chaque boule a la même probabilité d'être tirée.

Marie prend au hasard une boule dans cette boîte et, comme elle adore le chocolat noir, si la boule est noire elle la mange. Mais elle n'apprécie pas particulièrement le chocolat blanc. Si la boule tirée est blanche, elle la remet dans la boîte. Elle effectue ainsi trois tirages successifs.

- a) Calculer la probabilité que la deuxième boule tirée soit blanche ;
- b) Calculer la probabilité que seules les deux dernières boules tirées soient blanches ;
- c) Calculer la probabilité qu'après 2 tirages, elle ait mangé au moins un chocolat ;
- d) Calculer la probabilité que la deuxième boule tirée soit blanche, sachant qu'elle a finalement mangé 2 chocolats ;
- e) Calculer la probabilité qu'il ne reste plus de boule de chocolat noir dans la boîte après ces 3 tirages.

Problème 4 (à choix avec les problèmes 3 et 5, 10 points)

On appelle *sol* le plan contenant les axes Ox et Oy , *mur* le plan contenant les axes Oy et Oz et *paroi* le plan contenant les axes Ox et Oz . Le sol, le mur et la paroi sont les *plans de références*.

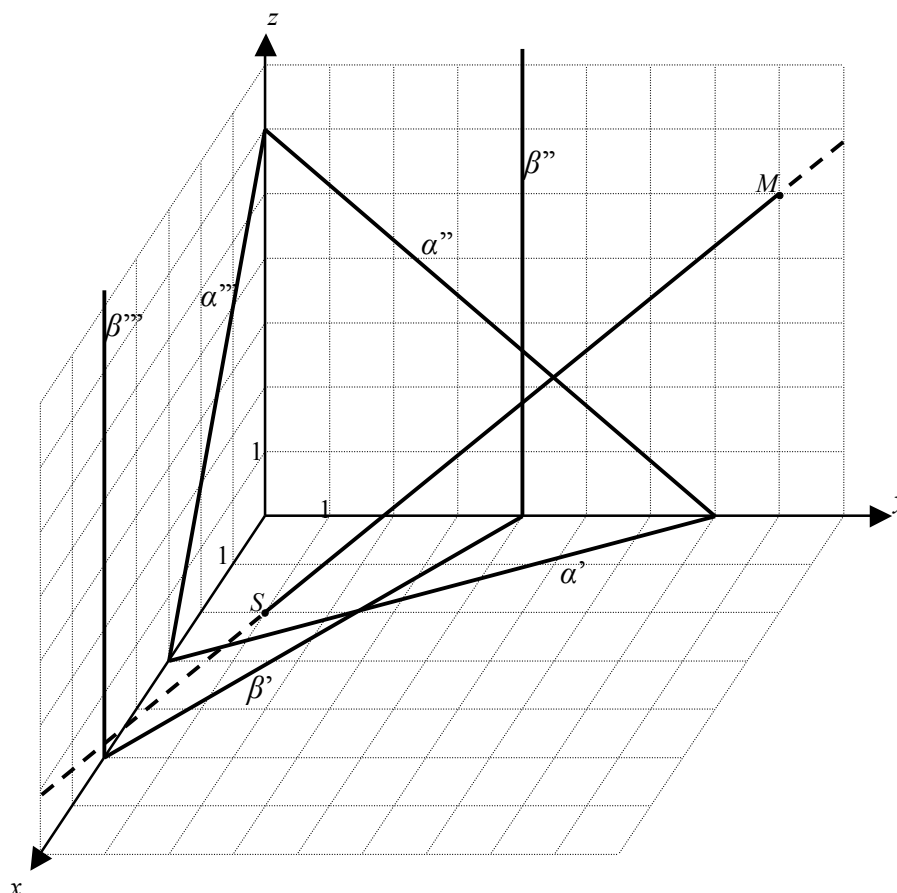
La droite d ainsi que les plans α et β (β vertical) sont donnés par le dessin ci-dessous.

La droite d coupe le mur en M et le sol en S .

Le plan α est donné par la représentation de ses traces α' , α'' et α''' dans le sol, le mur et la paroi.

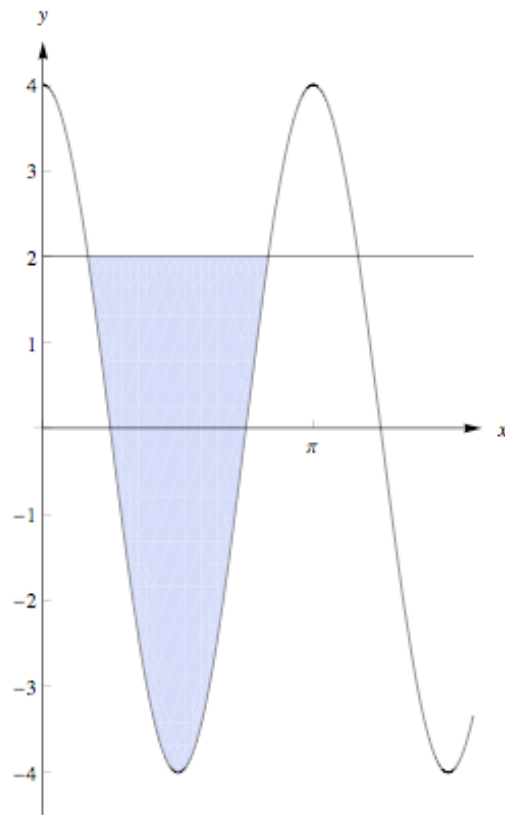
Le plan β est donné par la représentation de ses traces β' , β'' et β''' dans le sol, le mur et la paroi.

- Donner des équations paramétriques de la droite d et des plans α et β ;
- Construire sur le dessin ci-dessous, la droite i , intersection des plans α et β ;
- Construire sur le dessin ci-dessous, en détaillant la démarche, le point I , intersection de la droite d et du plan α ainsi que le point J , intersection de la droite d et du plan β ;
- Donner une équation du plan π qui passe par les points $A(4 ; 2 ; 0)$, $B(2 ; 4 ; 0)$ et $C(3 ; 0 ; 2)$, puis construire, sur le dessin ci-dessous, les traces π' , π'' et π''' de ce plan ;
- Colorier en rouge, sur le dessin ci-dessous, la partie de la droite d située sous le sol, mais devant la paroi et devant le mur.



Veuillez rendre cette feuille avec votre travail, merci !

Problème 5 (à choix avec les problèmes 3 et 4, 10 points)



- a) La fonction f représentée ci-dessus est-elle de la forme $f(x) = a \cos(bx)$ ou $f(x) = a \sin(bx)$? Justifier votre réponse ;
- b) Déterminer a et b . Justifier votre réponse ;
- c) Calculer l'équation de la droite t , tangente à f au point $(0 ; f(0))$;
- d) Calculer l'aire du domaine hachuré.