



EXAMEN SUISSE DE MATURITÉ D'ÉTÉ 2010

Mathématiques niveau normal

Durée: 4 heures

Note:

Nom: Prénom: Groupe:

Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement les problèmes 1 et 2 ainsi que deux des trois problèmes suivants. Le nombre de points maximum est 50.

Problème 1 (obligatoire, 15 points)

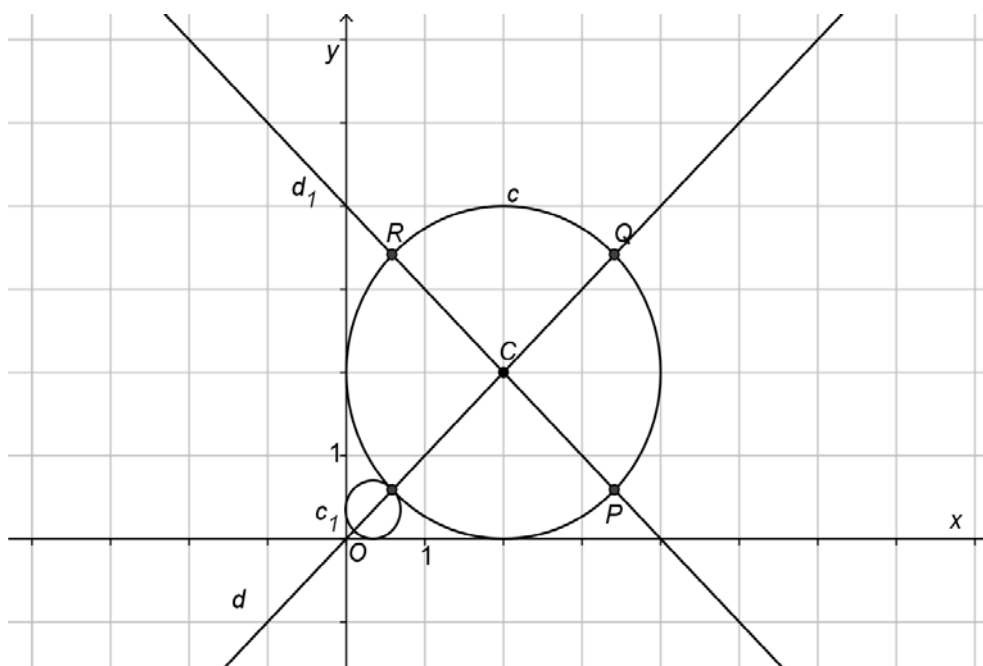
On considère la fonction f définie par $f(x) = 1 - \frac{15}{x+5} + \frac{75}{(x+5)^2}$

- a) Donner l'ensemble de définition de f .
- b) Prouver que la fonction f peut s'écrire $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 25}{(x+5)^2}$
- c) Dresser son tableau de signes.
- d) Préciser ses asymptotes.
- e) Calculer ses éventuels extrema.
- f) Dresser son tableau des variations.
- g) Tracer son graphe.

La fonction $g(x) = 10 \cdot \left[1 - \frac{15}{x+5} + \frac{75}{(x+5)^2} \right]$ modélise le niveau d'oxygène [mg/l] dans un plan d'eau x mois ($x \geq 0$) après un déversement de pétrole.

- h) Déterminer le niveau d'oxygène au moment du déversement du pétrole.
- i) Déterminer le niveau minimum d'oxygène. Après combien de mois, la situation va-t-elle s'améliorer ?
- j) Après combien de temps, le niveau d'oxygène aura-t-il atteint les 70% du niveau avant le déversement ?

Problème 2 (obligatoire, 15 points)



On considère la figure ci-dessus.

- a) Donner l'équation du cercle c .
- b) Calculer la distance entre l'origine O et le point C .
- c) Donner l'équation cartésienne de la droite d et celle de la droite d_1 , passant par C et perpendiculaire à d .
- d) Déterminer l'aire du cerf-volant $OPQR$ après avoir calculé les coordonnées des points P , Q et R .
- e) Déterminer les angles que forment les cotés de ce cerf-volant $OPQR$.
- f) Déterminer les coordonnées du centre et le rayon du petit cercle c_1 , tangent aux axes de références et au cercle c .

Problème 3 (à choix avec les problèmes 4 et 5, 10 points)

Dans une fête foraine, Julie décide de jouer à un jeu dont chaque partie se déroule de la façon suivante:

elle tire un jeton dans une urne contenant 7 jetons rouges et 2 bleus.

S'il est bleu elle gagne, sinon, sans remettre le premier jeton tiré, elle en tire un deuxième.

Si le deuxième jeton est bleu elle gagne, sinon, sans remettre les deux précédents, elle en tire un troisième.

Si le troisième jeton est bleu elle gagne, sinon elle a perdu la partie.

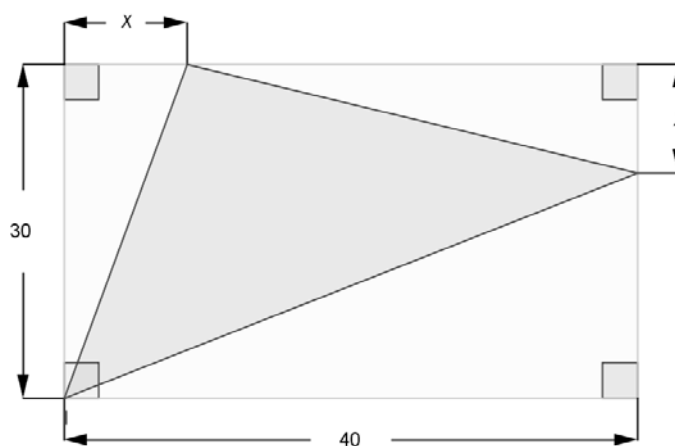
- a) Montrer que la probabilité que Julie gagne à ce jeu est de $\frac{7}{12}$.
- b) Sachant qu'elle a gagné à ce jeu, déterminer la probabilité qu'elle n'ait pas eu besoin d'un troisième tirage.

A chaque partie gagnée, Julie gagne 1 ticket. Elle a remarqué un joli petit ourson en peluche qu'elle peut obtenir avec au moins 3 tickets.

Elle décide donc d'effectuer quatre parties consécutives.

- c) Déterminer la probabilité pour que Julie reparte avec l'ourson à l'issue des quatre parties.
- d) Déterminer la probabilité pour que Julie reparte avec l'ourson et un ticket à l'issue des quatre parties.

Problème 4 (à choix avec les problèmes 3 et 5, 10 points)

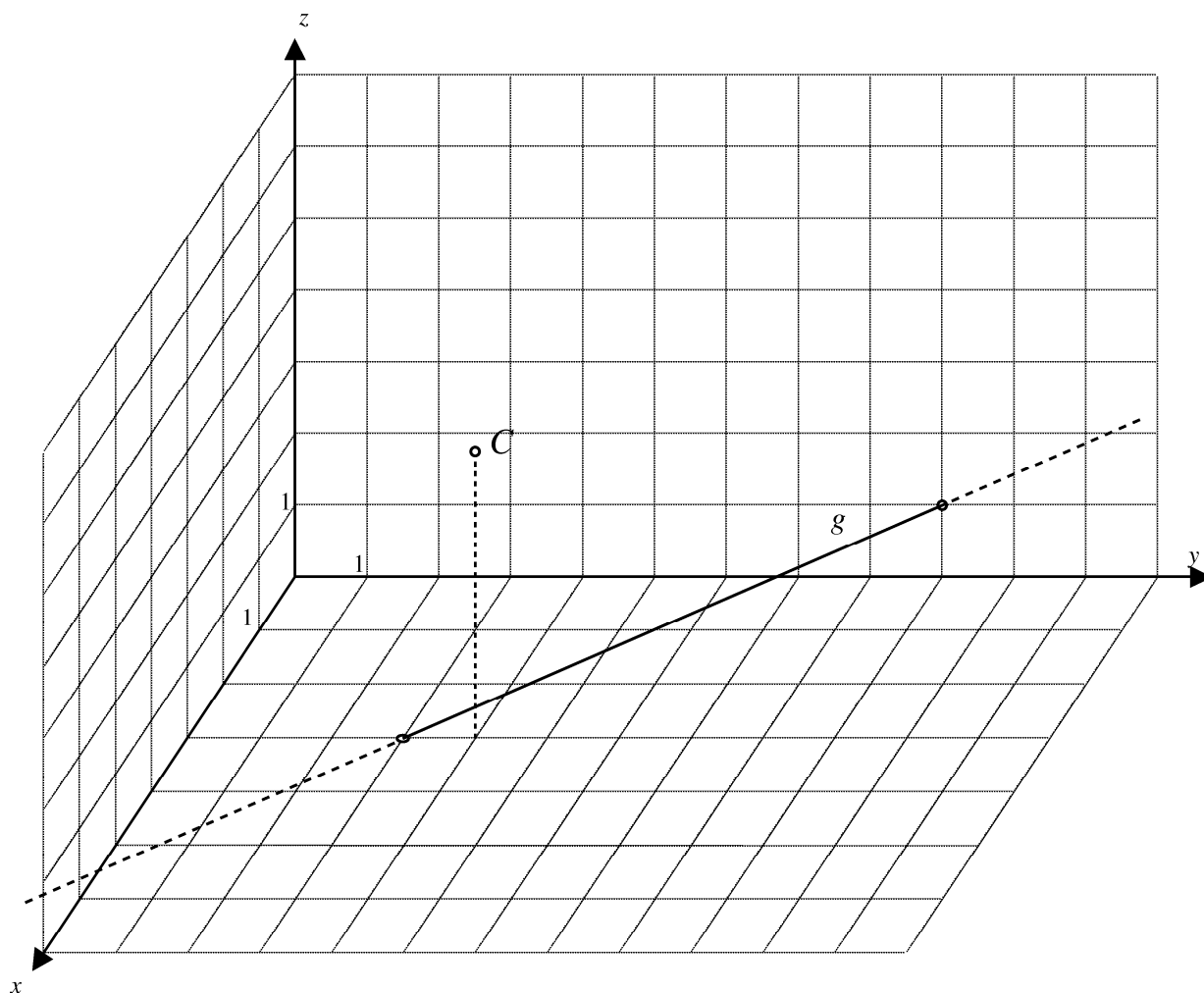


Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire du triangle grisé est minimale, puis calculer la valeur de l'aire minimale.

(Information: le triangle grisé n'est pas forcément rectangle.)

Problème 5 (à choix avec les problèmes 3 et 4, 10 points)

Dans le système d'axes $Oxyz$ proposé ci-dessous:



- a) Déterminer les coordonnées du point C représenté sur la figure.
- b) Représenter les points $A(3 ; 0 ; 0)$ et $B(0 ; 5 ; 0)$.
- c) Déterminer une équation paramétrique du plan π formé par les trois points A , B et C .
- d) Déterminer les coordonnées du point D de π situé sur l'axe Oz .
- e) Représenter le plan π par ses traces.
- f) Déterminer une équation paramétrique de la droite g représentée sur la figure et montrer par un calcul que cette droite est parallèle à π .