

EXAMEN SUISSE DE MATURITÉ D'HIVER 2009

Mathématiques niveau normal

Durée : 4 heures

Note :

Nom : Prénom : Groupe :

Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement les problèmes 1 et 2 ainsi que deux des trois problèmes suivants. Le nombre de points maximum est 50.

Problème 1 (obligatoire, 15 points)

a) On considère la fonction donnée par $f(x) = x + 1 + \frac{4}{(x-3)^2}$

- donner son ensemble de définition,
- préciser ses asymptotes,
- calculer ses éventuels extrema et points d'inflexion,
- dresser son tableau des variations, en déduire le nombre de zéros de f ,
- tracer son graphe.

b) Pour quelles valeurs de a le graphe de la fonction donnée par $g(x) = x + 1 + \frac{4}{(x-a)^2}$ passe-t-il par le point $P(1; 3)$?

c) Pour quelle valeur de b le graphe de la fonction donnée par $h(x) = x + 1 + \frac{4}{(x-b)^2}$ coupe-t-il l'axe Oy avec un angle de 45° ?

Problème 2 (obligatoire, 15 points)

On considère la droite d d'équation $2x + 3y - 6 = 0$ et le point $O(0; 0)$.

- Calculer les coordonnées des sommets A , B et C du carré $OABC$ avec A et B sur d . Comme il y a 2 possibilités pour le point B , on choisira celui qui a une abscisse positive.
- Donner l'équation du cercle c de centre O qui est tangent à la droite d .
- Déterminer l'aire de la surface extérieure au cercle c mais intérieure au carré $OABC$.
- On considère le carré $EFGH$ inscrit dans le cercle c et dont le côté EF est parallèle à la droite d . Trouver les coordonnées du point M , milieu du segment EF .

Problème 3 (à choix avec les problèmes 4 et 5, 10 points)

On choisit une partie d'une population pour tester l'efficacité d'un vaccin contre un virus.

90% des personnes qui ont été vaccinées ne sont pas infestées par le virus.

80% des personnes qui n'ont pas été vaccinées sont infestées par le virus.

70% de la population a été vaccinée contre ce virus.

On tire au hasard une personne parmi cette population.

- Décrire la situation donnée par un arbre.
- Calculer la probabilité que cette personne ait été infectée par le virus.
- Sachant que cette personne n'a pas été vaccinée, calculer la probabilité qu'elle n'ait pas été infectée par le virus.
- Sachant que cette personne n'a pas été infectée par le virus, calculer la probabilité qu'elle ait été vaccinée.

Problème 4 (à choix avec les problèmes 3 et 5, 10 points)

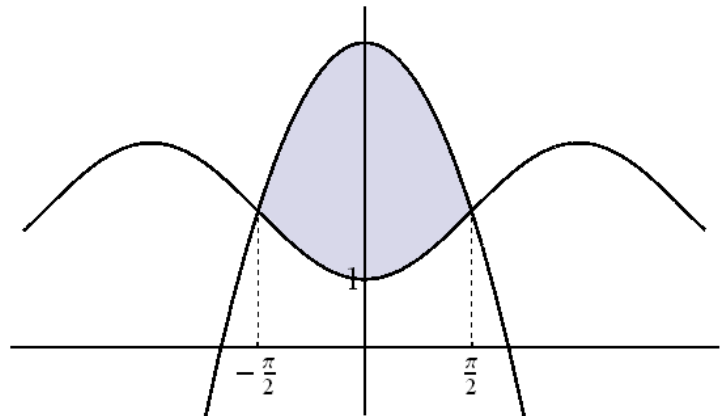
On donne les fonctions f et g dont les graphes sont représentés ci-contre par

$$f(x) = 2 - \cos(x)$$

et

$$g(x) = -x^2 + c.$$

- Déterminer la valeur de c .
- Calculer l'aire de la surface grisée.



Problème 5 (à choix avec les problèmes 3 et 4, 10 points)

Résoudre les équations et inéquations suivantes.

- $4x^4 - x^2 < 18$
- $\frac{x^3+4}{x+1} = 4$
- $x^3 - 5x + 2 = 0$, après avoir vérifié que $x = 2$ est une solution.
- $2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0$, ne donner que les solutions comprises dans l'intervalle $[0; 2\pi[$.