



Examen suisse de maturité, session d'été 2009

MATHEMATIQUES, NIVEAU NORMAL

Durée : 4 heures

Note :

Candidat : Nom : Prénom : Groupe :

Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement les problèmes 1 et 2 ainsi que deux des trois problèmes suivants. Le nombre de points maximum est 50.

Problème 1 (obligatoire, 15 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x}$.

a) Étudier la fonction f en traitant les points suivants:

- l'ensemble de définition, les zéros et le signe de f ,
- les asymptotes de f ,
- la dérivée f' ,
- le tableau de croissance de f ainsi que les coordonnées de ses extremums,
- la représentation graphique de f .

b) L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier votre réponse par un calcul.

Affirmation: *"en aucun point, la pente de la tangente au graphe de f vaut 2".*

c) Décider, à l'aide d'un calcul, si la tangente au graphe de f au point d'abscisse $x = -1$ passe par le point $P(-10 ; 17)$.

d) Le graphe de f coupe l'axe Ox en deux points. Calculer l'aire du domaine borné délimité par le graphe de f et l'axe Ox entre ces deux points.

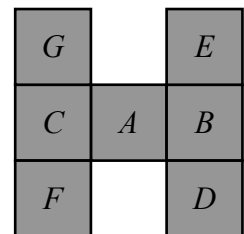
Problème 2 (obligatoire, 15 points)

On considère le cercle γ d'équation $x^2 + y^2 + 10y = 0$, la droite d d'équation $2x + y - 6 = 0$ et le point $A(-4; -2)$.

- Déterminer l'équation de la tangente t au cercle γ en A .
- Calculer les coordonnées du point d'intersection B des droites d et t .
- Calculer les coordonnées des points d'intersection C et D du cercle γ avec la droite d .
- Montrer que $\|\overrightarrow{BA}\|^2 = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD}$.
- Déterminer la plus courte distance entre le cercle γ et le point B .

Problème 3 (à choix avec les problèmes 4 et 5, 10 points)

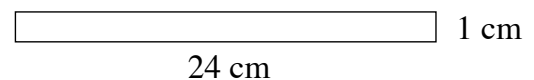
Un pion est posé au centre A d'un tablier de jeu formé de sept cases, ayant la forme représentée ci-contre. À chaque coup, le pion se déplace d'une case à une case voisine, adjacente par un côté. Le déplacement se fait au hasard, avec la même probabilité, parmi tous les déplacements possibles.



- Quelle est la probabilité qu'au 1^{er} coup le pion soit posé sur la case B ?
- Quelle est la probabilité qu'au 2^e coup le pion soit posé sur la case A ?
- Quelle est la probabilité qu'au 2^e coup le pion soit posé sur la case E ?
- Quelle est la probabilité qu'au 3^e coup le pion soit posé sur la case B ?
- Sachant qu'au 3^e coup le pion est posé sur la case B , quelle est la probabilité qu'il soit passé par la case C ?

Problème 4 (à choix avec les problèmes 3 et 5, 10 points)

Comme le montre le schéma ci-contre, un photographe désire fabriquer un cadre pour une photo rectangulaire à partir d'une planche de 24 cm de long et 1 cm de large.



Comment devra-t-il couper cette planche pour que l'aire intérieure du cadre soit maximale ?



Problème 5 (à choix avec les problèmes 3 et 4, 10 points)

Dans le système d'axes $Oxyz$ proposé ci-dessous :

- a) Représenter, par ses traces, le plan π passant par les points $A(4; 2; 0)$, $B(1; 8; 0)$ et $C(0; 2; 4)$ et en donner une équation.
- b) Représenter le point $P(1; 4; 2)$. Ce point est-il situé dans le plan π ? (justifier.)
- c) Représenter la « partie visible » de la droite d d'équation
$$\begin{cases} x = 2 + k \\ y = 2 - 2k \\ z = 4 \end{cases}$$
- d) Montrer que la droite d est parallèle au plan π .

