

EXAMEN SUISSE DE MATURITE SESSION D'HIVER 2008

Mathématiques niveau normal

Durée: 4 heures

Note :

Nom : Prénom : Groupe :

Pour obtenir la note 6, il faut résoudre correctement et complètement les problèmes 1 et 2 ainsi que deux des trois problèmes suivants. Le maximum de points est 50.

Problème 1 (obligatoire, 15 points)

- 1) Etudier la fonction donnée par $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 2x + 1}$. La deuxième dérivée n'est pas demandée.
- 2) Calculer les coordonnées des points d'intersection du graphe de f et de la droite d d'équation $y = -4$.
- 3) Calculer les coordonnées des points d'intersection du graphe de f et de sa tangente t à l'origine.
- 4) Vérifier par calcul que, si $x > -1$, $F(x) = \frac{2}{x+1} + 2 \cdot \ln(x+1)$ est une primitive de f .
- 5) Calculer l'aire de la surface fermée comprise entre le graphe de f et les droites d et t .

Problème 2 (obligatoire, 15 points)

d est la droite d'équation $4x + 3y = 28$ et $A(1;8)$ est un point de cette droite.

- 1) Déterminer par calcul la perpendiculaire à la droite d au point A .
- 2) Déterminer par calcul la médiatrice du segment AB avec $B(-6;9)$.
- 3) Déterminer par calcul l'équation du cercle Γ tangent à d en A et passant par B .
- 4) Montrer que la droite t d'équation $3x - 4y = -54$ est tangente à Γ en B .
- 5) Calculer les coordonnées des sommets et les angles du triangle formé par l'axe Ox et les droites d et t .

Problème 3 (à choix avec les problèmes 3 et 4 ; 10 points)

Deux véhicules X et Y se présentent simultanément à une aire de péage comportant trois voies de passage numérotées 1, 2 et 3 de gauche à droite. Les deux véhicules s'engagent dans des voies différentes au hasard.

- 1) Présenter toutes les possibilités de passage des deux véhicules et en indiquer le nombre.
- 2) Calculer les probabilités des événements suivants :
 A : « Les véhicules sont sur des voies adjacentes »
 B : « La voie 3 reste libre »
 C : « Le véhicule X est à gauche du véhicule Y »

Trois véhicules se présentent l'un après l'autre à cette aire de péage, ils ne se rencontrent pas et s'engagent au hasard dans une des trois voies.

- 3) Calculer les probabilités des événements suivants :
 D : « Tous les véhicules passent sur la voie 2 »
 E : « Aucun véhicule ne passent par la voie 1 »
 F : « Les trois véhicules prennent tous des voies différentes »
 G : « Les trois véhicules passent par la même voie »
- 4) Sachant qu'un seul véhicule a passé par la voie 1, quelle est la probabilité que ce soit le premier.

Problème 4 (à choix avec les problèmes 3 et 5 ; 10 points)

On considère les fonctions f et g données par $f(x) = 1 + \cos(x)$ et $g(x) = \sin(x)$ avec $x \in [0; 2\pi]$.

- 1) Dessiner les graphes de f et g dans le même système d'axes.
- 2) En observant votre dessin, donner la valeur exacte des coordonnées des points A et B , intersections des graphes de f et g .
- 3) Calculer l'aire de la surface fermée comprise entre les graphes de f et g .
- 4) Calculer les coordonnées des points C et D , intersections de la droite d d'équation $y = 1/2$ avec le graphe de f .
- 5) Calculer l'aire du quadrilatère $ACBD$.

Problème 5 (à choix avec les problèmes 3 et 4 ; 10 points)

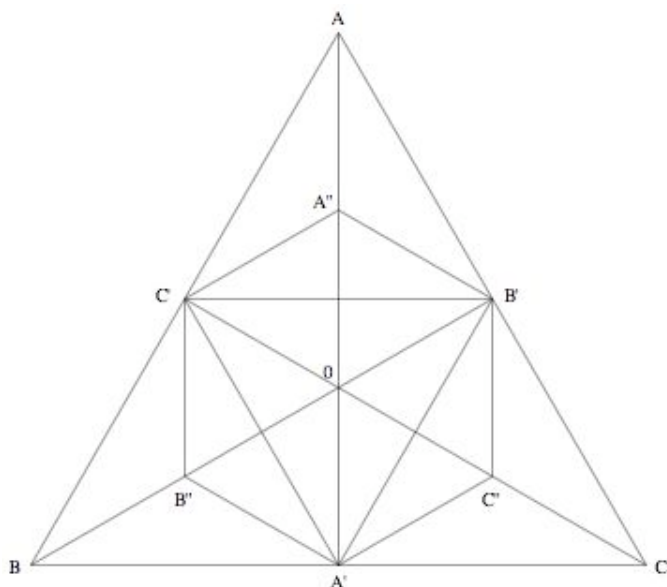
Dans la figure ci-dessous :

le triangle ABC est équilatéral ;

O est l'intersection des médianes ;

A'' , B'' , C'' sont les milieux respectivement des segments OA , OB et OC ;

le segment OA mesure 2 unités.



- 1) Que vaut l'aire du triangle ABC ?
- 2) Que vaut l'aire de l'hexagone $A'B''C'A''B'C''$?
- 3) Que vaut l'aire du trapèze $B'C'BC$?