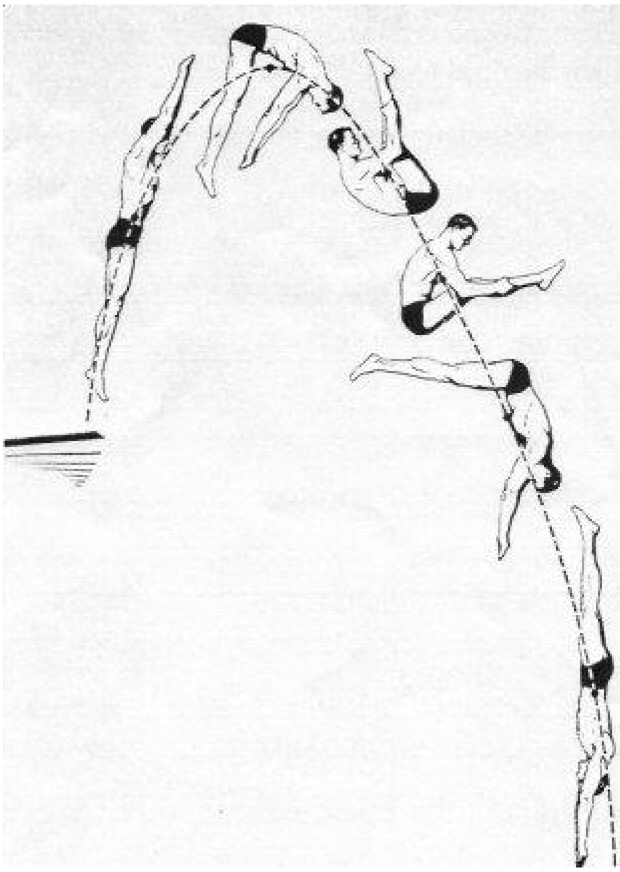
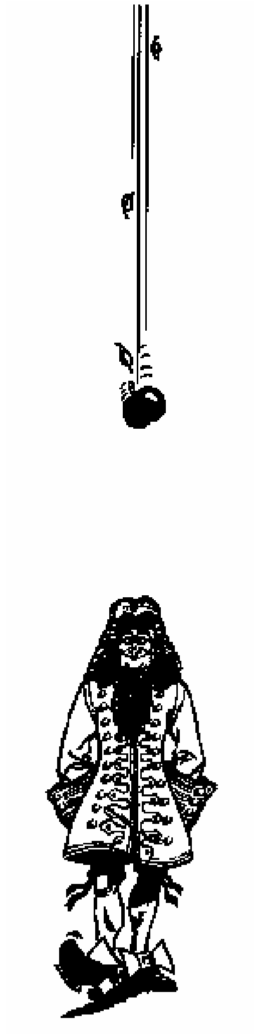
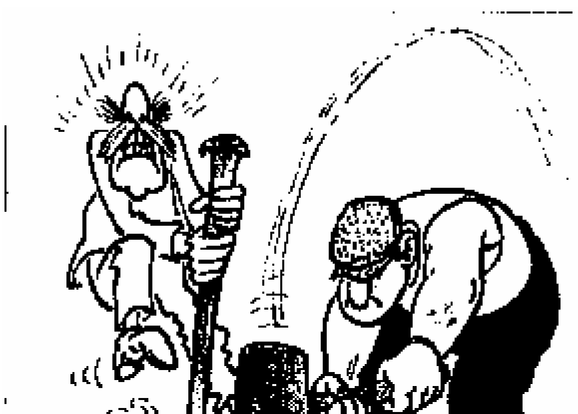
# Chapitre 1 : **MECANIQUE**



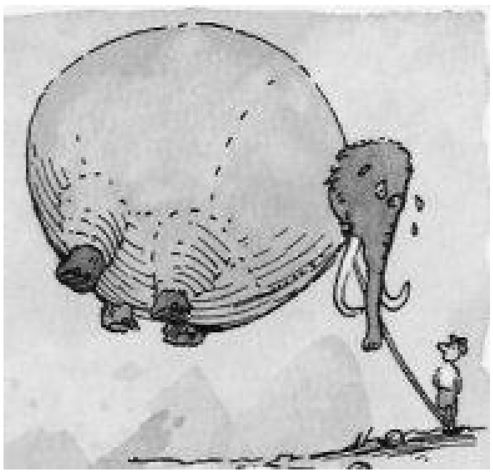


## 1.1 CINEMATIQUE



## 1.3 ENERGIE

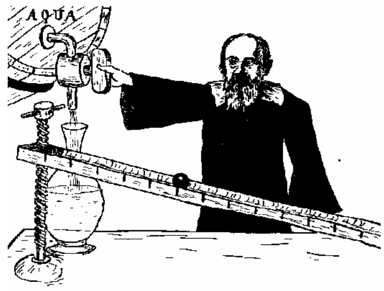
## 1.2 DYNAMIQUE



## 1.4 STATIQUE DES FLUIDES

# Table des matières MECANIQUE

# 1.1 CINEMATIQUE




## *1.1.0 Galilée (1564-1642)*

*Galilée (le son vrai nom Galileo Galilei) naît à Pise en 1564. A 17 ans, il entreprend des études de médecine bien qu'il manifeste déjà du talent pour la musique et les arts. Très vite, il montre de l'intérêt pour d'autres domaines de science et il est nommé professeur de mathématiques à l'université de Pise. Entre 1589 et 1592, il étudie les lois du mouvement, ce qui constitue la matière de ce chapitre.*
*Le philosophe grec Aristote (383 - 322 avant J.C.) pensait que des objets lourds tombaient plus rapidement que des objets légers. Galilée entreprend une série d'expériences sur des objets roulant le long de plans inclinés, ce qui lui permet de conclure que tous les objets possèdent la même accélération, pour autant que l'on puisse considérer les frottements comme négligeables. Il établit en outre que la distance parcourue par les objets varie avec le carré du temps écoulé, ce qui implique que l'accélération soit constante. On considère que **Galilée a révélé l'importance de l'approche expérimentale en sciences**.*

*En 1608, Galilée prend connaissance du fait que deux lentilles de lunette peuvent être associées pour agrandir la vision d'un objet éloigné. Rapidement, il construit une série de télescopes possédant des pouvoirs d'agrandissement de plus en plus importants. Il observe que le relief de la Lune est montagneux, que Jupiter possède des satellites ; il observe également l'existence des taches solaires. Mais ces observations lui causent des ennuis. Copernic (1473-1543) avait émis des doutes quant à l'enseignement d'Aristote qui voulait que la terre soit le centre de l'Univers. Copernic avait montré que les mouvements apparents du Soleil, des étoiles et des planètes pouvaient s'interpréter plus simplement en considérant la Terre comme une planète effectuant une rotation quotidienne autour de son axe de une révolution annuelle autour du Soleil. Les observations de Galilée sont en faveur de ce point de vue hérétique selon lequel **la Terre ne constitue pas le centre du monde**. Cela lui cause d'énormes difficultés avec les autorités.*

*Le conflit de Galilée avec l'Eglise dure plus de vingt ans. Dans un premier temps, on lui interdit d'exposer ses idées. Plus tard, on lui ordonne de décrire les idées de Copernic comme hypothétiques. Cependant l'analyse de Galilée et la présentation des observations sont tellement parfaites et convaincantes qu'à 70 ans, il est jugé pour avoir enfreint l'ordre antérieur. Après le procès il reste en résidence surveillée pendant les douze dernières années de sa vie.*

*On doit à Galilée d'avoir été l'un des tous premiers à **oser faire des expériences** à une époque où les manipulations passaient encore parfois pour une atteinte à la Nature, d'essence divine. Dans une page célèbre extraite de son « Dialogue sur les deux systèmes du Monde » publié en 1632 alors que les idées d'Aristote faisaient encore autorité ; on peut lire un dialogue entre Salviati qui représente Galilée et Simplicius, un interlocuteur de bon sens.*

## *1.1.1 La mesure du temps*

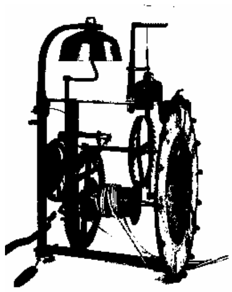
*Si la Terre avait toujours présenté la même face au Soleil, le terrien n'aurait probablement pas eu la notion de temps. C'est en effet la "course" du Soleil qui donna à l'homme l'idée d'une durée. L'homme remarqua que les ombres des objets se raccourcissent du matin jusqu'à midi et rallongent de midi jusqu'au soir. La Terre met 365 jours environs pour accomplir une révolution autour du Soleil. C'est cette durée qui définie l'année. Dans les temps anciens, nos ancêtres se servaient des étoiles (apparaissant à un moment donné de l'année) ou des changements caractéristiques de la nature pour, par exemple, semer ou récolter au bon moment. Les années sont elles-mêmes divisées en 12 mois composés de 28 à 31 jours. Ces jours sont marqués par les apparitions et les disparitions du Soleil, il est donc aisé de les définir. Mais la division de ces jours s'est vite avérée nécessaire. Ainsi, au fil des siècles, l'Homme a mis au point différentes façons de mesurer le temps, de plus en plus précises.*

*Les heures, à leur "création" étaient plus ou moins longues suivant la saison (12 heures de jour, 12 heures de nuit, ce qui implique par exemple que les heures de jour en été étaient plus longues que les heures de nuit de la même saison). Le tout premier objet ayant servi à mesurer le temps est le **gnomon**. Celui-ci était un simple bâton planté dans le sol verticalement, et c'est la longueur de l'ombre qui permettait de repérer l'heure. C'est la première horloge, le gnomon (du grec $\gamma\nu\omega\mu o\nu$ indicateur). Elle était connue des Grecs, des Arabes, des Egyptiens, des Chaldéens et des Chinois et date du III$^{e}$ millénaire avant J.-C.*

*Le* ***cadran solaire****, dont le plus ancien est daté de 1500 av J.-C. et provient d'Egypte, lui a succédé et a apporté une première vraie notion d'heure : au fur et à mesure que le soleil se déplace dans le ciel, l'ombre du style parcourt l'échelle horaire graduant le cadran. Dans le cadran solaire : la tige n'est plus verticale, elle est inclinée parallèlement à l'axe terrestre et pointe vers l'étoile Polaire. Il s'ensuit qu'en un lieu donné, toute l'année, à la même heure, L'ombre de la tige n'a pas la même longueur, mais la même direction. Les Romains connaissaient le cadran solaire. Beaucoup d'édifices du Moyen Age et des siècles suivants en sont ornés.*

*Le cadran solaire avait l'inconvénient de ne pas être utilisable la nuit, ni surtout dans les régions au climat peu favorable. La clepsydre ou horloge à eau est apparue à peu près en même temps que le cadran solaire. Les Egyptiens s'en servaient déjà au III$^e$ millénaire avant J.-C. il s'agit de mesurer la hauteur d'eau qui s'écoule d'un récipient à un autre par une fine ouverture. La* ***clepsydre*** *fut perfectionnée par l'adjonction d'un mécanisme à aiguille. Le chroniqueur raconte que Charlemagne possédait une clepsydre capable de sonner l'heure en laissant choir des billes sur un plateau. La clepsydre connut deux améliorations notoires : Les récipients prirent une forme évasée et un système de flotteur régulant le débit dans un récipient annexe.*

*Contrairement à ce que l'on croit généralement, le* ***sablier*** *apparut tardivement en Europe, au XV$^e$ siècle. C'était une invention chinoise qui a été mentionnée la première fois par Bâton, poète comique grec du III$^e$ siècle avant J.-C. Christophe Colomb utilisait des sabliers dont le sable s'écoulait en une demi-heure. Huit écoulements mesuraient une durée de quatre heures au bout desquelles on relayait les marins qui étaient de veille. Cette durée de quatre heures fut appelée quart.*



***L'horloge mécanique*** *apparaît au XIV$^e$ siècle, les villes d'Europe en dotant leurs clochers. Le temps est mesuré par le mouvement discontinu de roues dentées dont l'énergie est fournie par la chute d'un poids. Le problème technique et théorique est de trouver comment stabiliser la vitesse des rouages alors que la chute du poids l'accélère. Un mécanisme régulateur est nécessaire, c'est l'****échappement****. Il consiste à bloquer le poids et donc la rotation des roues pendant un temps court et à intervalles réguliers à l'aide d'un balancier ou d'un pendule. On mesure donc un temps artificiel qui dépend de la correction des effets de la pesanteur. C'est un temps qui n'est pas continu comme l'écoulement de l'eau ou le mouvement apparent du soleil, c'est un temps divisible en unités successives. En 1370 apparaît la véritable horloge mécanique dont une pièce appelée le* ***foliot*** *permet de réguler l'énergie fournie par un poids à une roue. Mais elles sont peu précises et doivent être quotidiennement réglées sur les cadrans solaires ou les clepsydres.*
*En 1657,* ***Christiaan Huygens*** *(1629-1695), mathématiciens, physicien et astronome hollandais contemporain de Newton, eu l'idée de remplacer le foliot par un pendule. Cette modification permettait d'abaisser les erreurs de 6 à 1. Le même Huygens invente le* ***spiral réglant*** *(sorte de ressort), ce qui permet à Isaac Thuret de fabriquer la première montre en 1675. A la fin du XVII$^e$ siècle est mise au point l'indication des heures et des minutes grâce à deux aiguilles concentriques qui font le tour en 12 heures et une heure, respectivement.*

*En 1920, on invente* ***l'horloge à quartz****. Elle fonctionne grâce à 2 éléments essentiels :* ***la pile*** *est la source d'énergie qui remplace le ressort. La montre a une très faible consommation de l'ordre de 10 millionièmes de watt/heure.* ***Le quartz*** *est utilisé pour ses oscillations stables, précises et reproductibles. Ce que les électroniciens appellent quartz, ce n'est pas la forme cristalline de la silice, ni sa forme synthétique, c'est le composant qui en est tiré dont la coupe et les dimensions définissent une fréquence précise. La technologie de la* ***montre à quartz*** *s'appuie sur la piézo-électricité, phénomène propre à certains types de cristaux, tel le quartz. Il apparaît à la surface de ces corps quand on les soumet à des pressions ou à des charges électriques. Cela permet d'obtenir des vibrations électriques ou mécaniques stables.*

*En 1976, la seconde est définie comme la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyper fins de l'état fondamental de l'atome césium 133. C'est sur cette seconde que les* ***horloges atomiques****, système de mesure du temps le plus précis à notre époque, sont basées. L'exactitude des horloges est contrôlée par des "masers" ou horloges atomiques. (La précision d'une horloge au césium est de 1 s en 3 millions d'années !)*

*La seconde est mesurée grâce à la vibration de l'atome de césium 133 (qui permet de construire une horloge atomique). Le mètre est la longueur parcourue par la lumière en 1/299'792'458$^e$ de seconde. Le mètre, ainsi défini, possède les qualités requises pour satisfaire les exigences scientifiques actuelles d'invariance.*

## *1.1.2 Le mètre, unité de longueur*

*Avant la Révolution de 1789, les unités de longueur, d'aire et de volume étaient mal définies et variaient d'une région à l'autre dans un même pays. Le journal, par exemple, représentait l'aire de terrain qu'un homme pouvait labourer en un jour, et Lavoisier, parmi bien d'autres, se plaignait d'avoir pu dénombrer «dix-sept journaux différents dans la seule élection de Péronne». Les mesures de longueur s'exprimaient en toises, en lignes, en lieues, en perches et en pouces divers... Si ces unités suffisaient pour les besoins courants, il est clair qu'elles ne convenaient pas à la rigueur scientifique.*

*Plusieurs tentatives, effectuées depuis Henri IV, pour remédier à cette situation fâcheuse, avaient échoué car les esprits n'étaient pas mûrs pour changer des coutumes bien ancrées. La Révolution allait permettre une remise en ordre des unités dont l'incohérence pouvait passer pour un vestige de la féodalité.*

*Le tour de la Terre mesure 40'000 km - est-ce par hasard ? Sur proposition de Talleyrand, l'Assemblée Constituante décide en 1790 de mettre fin à la confusion. L'idée générale qui anime ses membres est de chercher dans la nature un phénomène invariable, facile à reproduire, que l'on puisse proposer à toutes les nations comme unité de longueur, sans que quiconque ne se sente frustré. Après quelques hésitations, le choix se fixe sur la définition suivante : le mètre sera* ***" la dix millionième partie du quart du méridien ".*** *Ainsi, par définition, le tour de la Terre mesure exactement 40 000 kilomètres.*

*De 1792 à 1799, une expédition conduite par les savants Delambre et Méchain détermine, après bien des péripéties, la différence des latitudes entre Dunkerque et Barcelone. Elle en déduit la longueur qu'il faut donner à une barre parallélépipédique en platine pour obtenir aussi exactement que possible une distance de un mètre entre ses extrémités, réputées planes et parallèles. Ce «mètre à bouts» est déposé aux Archives nationales en 1799.*

***Le prototype international du mètre*** *: Malgré toutes les précautions prises dans la manipulation du Mètre Etalon des Archives, les palpeurs utilisés pour venir au contact des surfaces terminales de la barre l'usent et la déforment un peu. D'autre part, les progrès réalisés dans les mesures géodésiques montrent que l'étalon a été construit trop court : il manque 0,2 mm pour obtenir le mètre théorique. On dispose donc d'un étalon dont la longueur est susceptible de varier par usure et qu'il faut remettre en question à chaque mesure améliorée du méridien. Une telle situation est inacceptable sur le plan scientifique. Le Bureau International des Poids et Mesures décide en 1889 de la construction d'un nouvel étalon qu'il espère inusable : une règle en platine à 10% d'iridium. Cet alliage est particulièrement dur et inaltérable. La forme adoptée pour la règle (section en forme de X) augmente sa rigidité et rend invariable sa longueur au cours d'une éventuelle flexion. A quelques millimètres des extrémités, deux traits fins délimitent la longueur du Mètre, que l'on essaie de rendre égal au précédent afin de ne pas avoir à modifier la longueur des mètres déjà existants. La comparaison des longueurs à ce nouvel étalon s'effectue par des visées précises au microscope, donc sans contact risquant d'endommager les graduations.*

*Ce n'est qu'en 1903 que cette unité devient légale. L'unité de longueur est alors définie comme étant « la distance séparant, à la température 0°C, les deux traits parallèles de la nouvelle règle étalon «. Si l'on pouvait mesurer le quart d'un méridien avec cet instrument, on trouverait 10'002 km. Le platine iridié, en vieillissant, peut changer légèrement de longueur par suite de lentes modifications des positions relatives de ses divers atomes. Tout changement de l'étalon entraîne, en cascade, la remise à jour des unités qui dérivent du mètre (aires, volumes, etc... ). C'est pourquoi les physiciens ont poursuivi leur recherche d'un véritable invariant naturel.*

*Le 1^er^ janvier 1961, on a défini le mètre légal comme 1'650'763,73 longueurs d'onde dans le vide d'une radiation émise par la transition entre les niveaux $2p_{10}$ et $5d_5$ de l'atome de krypton 86. Pour ne pas modifier les mesures courantes, ce nouveau mètre a même longueur que le prototype international, ce qui explique le nombre bizarre de longueurs d'onde qu'il contient.*

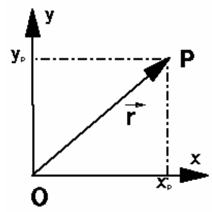
*Depuis 1983, la définition du mètre repose sur celle de la seconde et de la vitesse de la lumière, ce qui réduit le nombre d'étalons. On sait maintenant que la lumière est engendrée par les atomes, sous forme de vibrations extrêmement rapides et régulières qui se propagent, dans le vide, à raison de 299'792,458 kilomètres par seconde. La distance parcourue par la lumière pendant la durée d'une vibration est appelée longueur d'onde. La seconde est mesurée grâce à la vibration de l'atome de césium 133 (qui permet de construire une horloge atomique*_**). Le mètre est la longueur parcourue par la lumière en 1/299'792'458^e^ de seconde.**_ *Le mètre, ainsi défini, possède les qualités requises pour satisfaire les exigences scientifiques actuelles d'invariance.*

## 1.1.3 Position et horaire

*"Cette année, la finale de Roland-Garros a tourné court. Mac Kaoh, l'un des joueurs, a reçu la balle en plein front et a été mis K.O. L'arbitre a dû arrêter le match et le joueur a reçu les premiers soins dans les vestiaires.*
*Voici le récit de Mac Kaoh : "J'étais monté au filet, . Mon adversaire me décroche un passing shoot. La balle vient droit sur moi, je n'ai pas le temps de l'éviter. Ensuite, je ne me souviens plus de rien."*
*Voici maintenant la version de la balle : "Il venait d'y avoir un changement de balle et c'était le premier échange auquel je participais. Après trois allers et retour des raquettes, un des joueurs, juste derrière le filet, se rue vers moi. Je n'ai pas le temps de l'éviter. Il me frappe avec son front. Heureusement, le filet m'arrête, sinon les spectateurs qui s'avançaient vers moi m'auraient piétinée."*
*La Fédération française de tennis a ordonné une enquête qui déterminera les responsabilités. Va-t-on devoir interdire les balles sur les courts de tennis ?*
*Extrait du "journal des sportifs" diffusé par canal sport en juin 1992.*

### 1) Unités

Afin d'avoir un système d'unités cohérentes, on mesurera les longueurs en **mètre m** et les temps en **seconde s**.




### 2) Notion de **référentiel**

Pour repérer la position d'un objet (ou point matériel dans l'espace) on utilise un **système d'axes perpendiculaires** Oxy. Dans un cas simple, il n'y a qu'un axe Ox et une horloge.

### 3) Notion d'**horaire**

Si l'objet se déplace au cours du temps, nous pouvons donner son horaire comme celui d'un train. Il suffira d'ajouter le temps aux 2 coordonnées de position. Pour avoir un système d'unités simples, on prendra la seconde comme unité de temps.

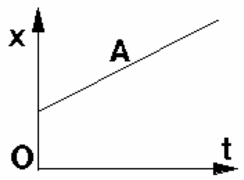
Pour mesurer un mouvement, on peut réaliser une photo stroboscopique ou filmer le mouvement :

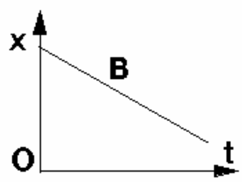
- Le stroboscope est un appareil qui envoie des flashes à intervalles de temps réguliers.
- L'appareil photo doit avoir un obturateur qui reste ouvert tout au long de la photo.
- La pellicule sera impressionnée seulement aux instants $t_0$, $t_1$, $t_2$, $t_3$... où le stroboscope à envoyé un flash.

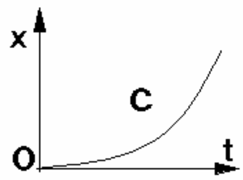
On obtient des photos du type du rebond d'une balle représenté ci-contre.

## Exercices position

**1)** Décrire les mouvements A, B et C représentés dans les trois diagrammes x(t) (parler de la vitesse).




**2)** Faire le graphique x(t) d'un mobile qui part du point O au temps t = 0 puis s'en éloigne à la vitesse de 1 m/s pendant 5 s.

**3)** Faire le graphique x(t) d'un mobile qui se rapproche du point O à la vitesse de 1 m/s pendant 5 s en partant d'une position située à 5 m du point O.

## 1.1.4 Vitesse et mouvement rectiligne uniforme (MRU)

La vitesse est simplement définie comme le quotient de la distance et du temps et nous l'exprimerons toujours en m/s. Le problème est de définir la distance et le temps.
Dans le cas que nous étudions, la vitesse est constante quel que soit l'intervalle de distance (et de temps correspondant). $\boxed{v = \Delta x/\Delta t}$

Si, de plus, le mobile considéré se déplace sur une ligne droite, on peut trouver son horaire de la manière suivante :

a) Poser un référentiel Ox sur la droite qui permette de repérer la position du mobile.
b) Repérer sa position au temps t = 0 ; nous l'appellerons $x_o$.
c) Si la vitesse (constante) est v, à chaque seconde, le mobile avance de $\Delta x = v*\Delta t = v*1 = v$. Donc, au bout de t secondes, il aura avancé de vt mètres.
d) Sa position x(t) sera donc de la position en t = 0 ($x_o$) plus l'avance pendant l'intervalle de temps t (vt).

$$x(t) = x_o + vt$$

e) Avec le même référentiel, si sa vitesse était de sens contraire, l'avance (négative) serait de - vt (recul).

$$x(t) = x_o - vt$$

### Exercices MRU

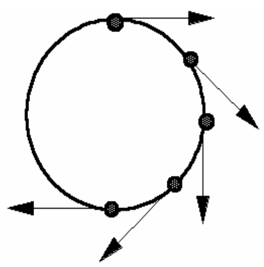
1) Deux athlètes A et B courent sur une piste circulaire longue de 400 m. Ils partent ensemble et se déplacent à des vitesses respectivement égales à 10 et 9 m/s.
   a) Au bout de combien de temps auront-ils un tour d'écart ?
   b) Quelles distances les deux coureurs auront-ils alors parcourues ?

2) Un lièvre s'éloigne d'un chasseur selon une ligne droite, sa vitesse est de 36 km/h. Le chasseur tire lorsque la distance qui le sépare de sa future victime est de 98 m. Si la vitesse de la balle est de 500 m/s, quelle distance pourra encore parcourir le lièvre avant d'être touché ?

3) Sur une portion de route rectiligne, un camion passe au point A à midi et se dirige vers le point B, distant de 5 km, avec une vitesse constante de 54 km/h. A midi et deux minutes, une voiture quitte B pour se diriger vers A, à la vitesse constante de 72 km/h.
   A quelle distance de A les deux véhicules vont-ils se croiser ?

## 1.1.5 Le mouvement circulaire uniforme (MCU)

La Terre tourne autour du Soleil avec un mouvement à peu près circulaire uniforme (légèrement elliptique). Un cheval fixé sur un carrousel qui tourne à vitesse constante décrit aussi un MCU.
Si l'objet parcourt un cercle à vitesse constante, nous avons un mouvement circulaire uniforme abrégé MCU.
Attention : la norme de la vitesse est constante (v = cste) mais sa direction change donc le vecteur vitesse varie car sa direction change (le vecteur **v** varie) !



Représenté sur 5 points décalés de 45°, le vecteur vitesse tourne de 45° à chaque point.

Nous pouvons définir les différentes grandeurs :

- La **période T** : Temps pour faire un tour.
- La **fréquence f** : Nombre de tours par seconde.
- La **vitesse angulaire $\omega$** : Angle en radians parcouru par seconde.

L'angle en radians est la mesure de l'arc sur un cercle de rayon unité. Il vaut en particulier $\pi$ pour 180° et $2\pi$ pour 360°.

**Relations entre les différentes grandeurs :**

Période T et fréquence f : $\boxed{\mathbf{T = 1/f}}$ Si, par exemple, la fréquence f est de 10 tours par seconde, la période T sera de 1/10 de seconde.

Vitesse angulaire $\omega$ : $\boxed{\boldsymbol{\omega = 2\pi f = 2\pi/T}}$ Chaque tour fait un angle de $2\pi$ radians. La vitesse angulaire $\omega$ sera donc $2\pi$ fois plus grande que la fréquence f.

Vitesse v : $\boxed{\mathbf{v = 2\pi R/T = 2\pi Rf}}$ La distance, une circonférence $2\pi R$, est parcourue en une période T. La vitesse v est le quotient de la circonférence et de la période.

$$v = 2\pi R/T = (2\pi/T)R \Rightarrow \boxed{\mathbf{v = \omega R \quad et \quad \omega = v/R}}$$

.

Exemple : La Terre met 365,25 jours pour faire un tour autour du Soleil et nous admettrons que son orbite est circulaire. Le rayon Terre - Soleil et de R = 150 millions de km.

$R = 150 * 1'000'000 * 1000$ m $= 150 * 10^9 = 1,5 * 10^{11}$ m

T = 1 [an] * 365,25 [jours/an] * 24 [heures/jour] * 3600 [secondes/heure] = $3,155 * 10^7$ s

Vitesse angulaire = $\omega = 2\pi / T = 1,99 * 10^{-7}$ rad/s et vitesse = $\omega$ R = 29'865 m/s

## Exercices MCU

1) Une machine à laver essore la lessive avec une fréquence de 1000 tours par minute et le diamètre intérieur de son tambour est de 40 cm. déterminer la vitesse angulaire $\omega$ et la vitesse v d'un point du tambour.

2) Calculer la vitesse moyenne d'un point de l'équateur terrestre lors de son mouvement de rotation autour de l'axe de la Terre. (rayon = 6400 km)

3) Si l'on admet que le système solaire fait un tour d'orbite circulaire de rayon de 30'000 années-lumière en 250 millions d'années, quelle est alors la vitesse du centre du système solaire dans la galaxie en km/s ? (1 année-lumière = 300'000'000 m/s * 365,25 j/an * 24 h/j * 3600 s/h)

## 1.1.6 L'accélération

L'accélération a est une grandeur qui mesure le taux de **variation de la vitesse** par unité de temps.

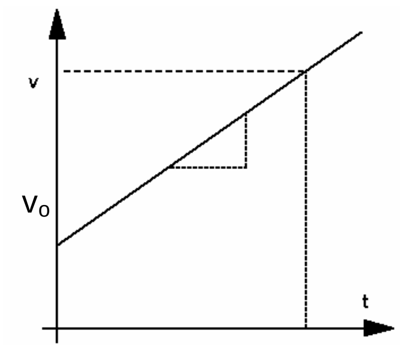
Nous la définirons comme le quotient de la variation de la vitesse $\Delta v$ et du temps $\Delta t$ et l'exprimerons toujours en (m/s)/s ou en $m/s^2$.

Nous n'étudierons que des cas où l'accélération est constante. $\boxed{\mathbf{a = \Delta v / \Delta t}}$

## 1.1.7 Le mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

Il s'agit d'un mouvement qui se passe sur une droite munie d'un référentiel Ox où l'accélération a est constante.

Horaire de la vitesse : $\boxed{v = v_o + at}$




Au temps t = 0, la vitesse vaut $v_o$.
La vitesse varie de façon constante $\Delta v = a\ \Delta t$. Chaque seconde, la vitesse augmente de a [m/s] et, au temps t, la vitesse a augmenté de at. Elle sera donc $v = v_o + at$
Comme la vitesse augmente régulièrement (linéairement), **la distance parcourue vaut la vitesse moyenne fois le temps**.,

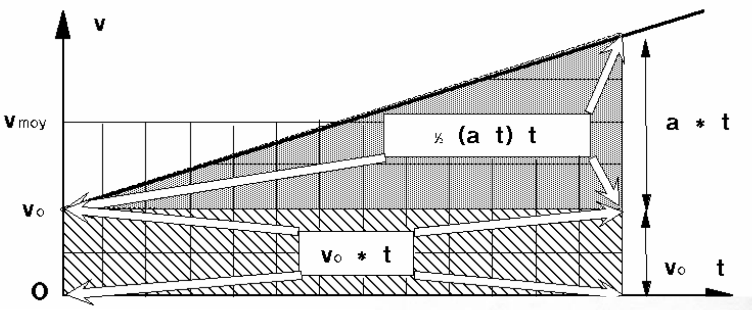
Calculons la distance parcourue entre 0 et t : $\boxed{\Delta x = v_{moy}\, t} = ½ (v + v_o)\, t = ½ (v_o + at + v_o)\, t \Rightarrow \Delta x = v_o t + ½ at^2$ . Et comme en t = 0 $x = x_o$ ; $\boxed{x(t) = x_o + v_o t + ½ at^2}$

Le mouvement rectiligne uniformément accéléré MRUA est donc caractérisé par :

Une accélération a constante

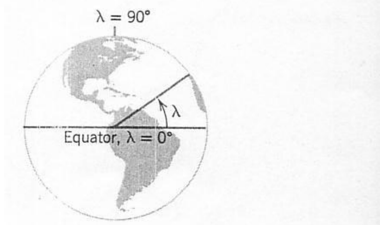
Une vitesse linéaire par rapport au temps $v(t) = v_o + a\,t$

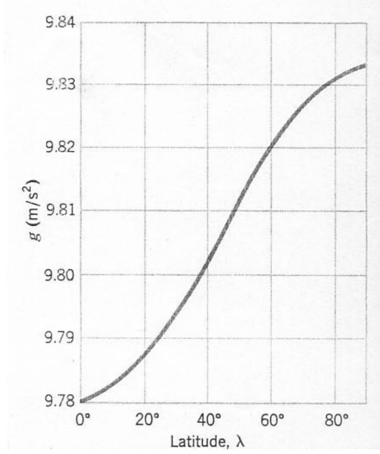
Une position quadratique par rapport au temps :
$x(t) = V_{moy}\, t = x_o + v_o\, t + ½ at^2$




Les grandeurs $x_o$, $v_o$ et a peuvent être positives ou négatives.

Lors de la chute libre des corps dans le champ de la pesanteur, l'accélération g est verticale dirigée vers le bas et vaut 9.81 m/s² en Suisse (On peut l'arrondir à 10 m/s²). L'accélération g varie selon la latitude et l'altitude.




### Exercices MRUA

1) Une voiture roule sur une route rectiligne. Son accélération est constante et vaut 2 m/s². Sa vitesse est de 10 m/s.
   a) Quelle distance parcourt-elle pendant les 10 secondes suivantes ?
   b) Quelle est sa vitesse au bout de ces 10 secondes ?

2) Une pierre tombe du pont Bessières sur une hauteur de 23,5 m. Déterminer la durée de la chute.

3) Une voiture lancée à 126 km/h s'arrête en 7 s. En admettant un MRUA, calculer la distance du freinage. Quelle est la vitesse 3 s après le début du freinage ?

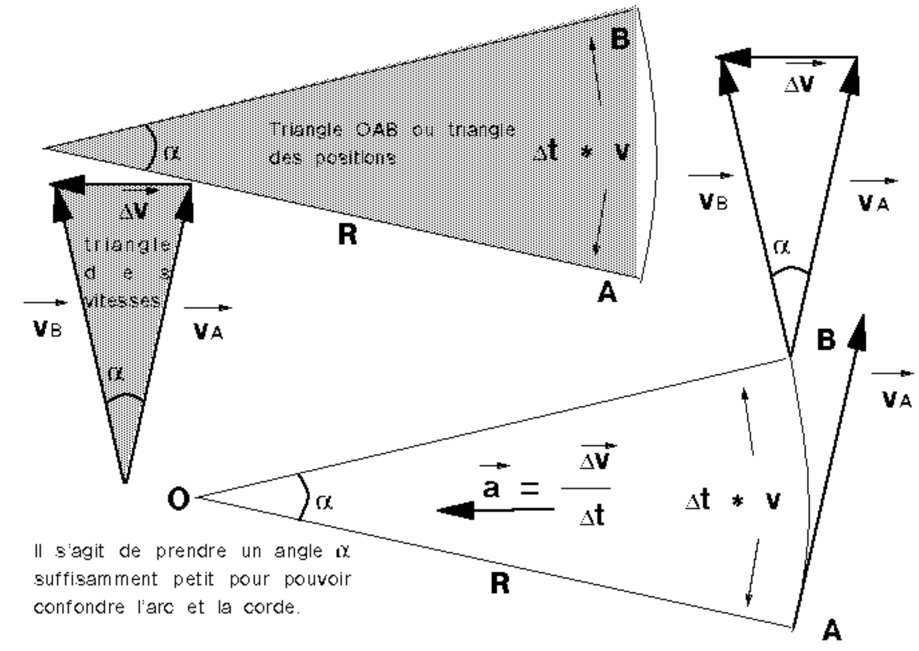
4) Pour la chute libre d'une pierre dans le champ de la pesanteur (sans vitesse initiale), déterminer la distance parcourue pendant la première, la deuxième et la troisième seconde.

## 1.1.8 Accélération centripète et MCU

Si l'objet parcourt un cercle à vitesse constante, sa direction change. Nous avons donc une accélération qui vient du changement de direction du vecteur vitesse.

Comme le vecteur vitesse se rapproche toujours du centre du cercle, l'accélération est dirigée vers le centre et on l'appellera accélération centripète ou accélération normale.




*Le triangle OAB et celui des vitesses sont semblables (angles $\alpha$ égaux car les vitesses sont perpendiculaires aux rayons) =>*

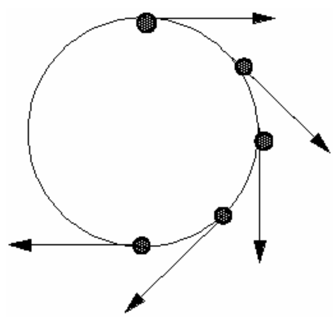
*$\Delta v / v = v\ \Delta t / R$ =>*

*$\Delta v / \Delta t = v^2 / R$ =>*

$$\boxed{a = v^2 / R}$$

**Quelques accélérations en m/s/s**

| | |
|---|---|
| *Extrémité d'une trotteuse de montre* | *$10^{-4}$* |
| *Démarrage d'une voiture* | *2* |
| *Freinage brutal d'une voiture* | *4* |
| *Fusée au décollage* | *6* |
| *Démarrage d'un "100 m"* | *8* |
| *Chute libre* | *10* |
| *Choc d'une voiture contre un mur à 100 km/h* | *500* |
| *Flèche au départ* | *1000* |
| *Balle de fusil dans le canon* | *$5 * 10^4$* |
| *Ultra-centrifugeuse* | *$10^5$* |
| *Electron dans l'atome d'hydrogène* | *$10^{23}$* |



## Exercices accélération MCU

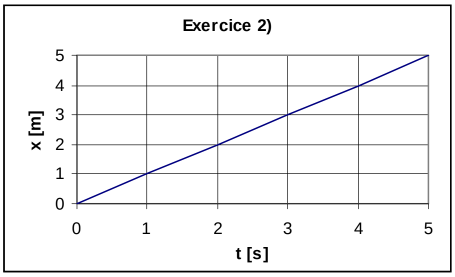
1) Un petit objet est attaché à un point fixe par une ficelle de 1,2 m de longueur. Il décrit un cercle dans un plan horizontal, la ficelle formant un angle de 25° avec la verticale. Une révolution prend 2,09 s. Calculer l'accélération de l'objet.

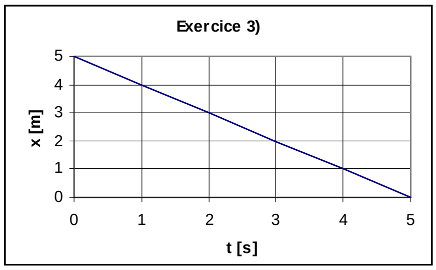
2) Calculer l'accélération d'un satellite artificiel parcourant une orbite circulaire à 100 km de la surface de la Terre. Le rayon de la Terre vaut 6370 km et la période de révolution du satellite est de 1 h 27 min.

3) Une essoreuse à linge tourne à raison de 5 tours par seconde autour d'un axe vertical. Sa cage, cylindrique, a un rayon de 20 cm. Calculer l'accélération d'un objet plaqué contre la paroi.

# Corrigé des exercices de cinématique

1) A : Le mobile se trouve au temps t = 0 à une position x positive et avance avec une vitesse constante.
   B : Le mobile se trouve au temps t = 0 à une position x positive et recule avec une vitesse constante.
   C : Le mobile se trouve au temps t = 0 à l'origine et avance avec une vitesse croissante.




## 1.1.4 Vitesse et MRU (M 5)

1) a) $v_1$ t - $v_2$ t = d => t = d / ($v_1$ - $v_2$) = 400 s.
   b) $d_1$ = $v_1$ t = 4000 m. $d_2$ = $v_2$ t = 3600 m.

2) t = 0 au coup de feu. Horaire de la balle : $x_1$ = 500 t.
   Horaire du lièvre : $x_2$ = 98 + 10 t
   "rencontre" pour $x_1$ = $x_2$ => 500 t = 98 + 10 t
   => t = 0,2 s => position du lièvre $x_2$ = 100 m du chasseur.

3) t = 0 à midi. Horaire du camion: $x_1$ = 15t.
   Horaire de la voiture : $x_2$ = 7400 - 20 * t "rencontre" pour $x_1$ = $x_2$
   15 t = 7400 - 20 t => t = 211,4 s. Distance de A = $x_1$ = 15 t = 3171 m.

## 1.1.5 Vitesse et MCU (M 6)

1) R = 0.2 m ; $\omega$ = 2$\pi$ 1000/60 = 104.72 rad/s ; v = 20.94 m/s.
.
2) v = 2$\pi$R/T = 465.4 m/s.

3) v = 2$\pi$R/T = 226'038 m/s = 226 km/s (1 a.-l. = 9,46 * $10^{15}$ m et 1 an = 3.156*$10^7$ s).

## 1.1.7 MRUA (M 7)

1) b) v' = $v_o$ + at = 30 m/s ; a) d = $v_{moy}$ t = 200 m.

2) hauteur : h = $v_{moy}$ t = ½ v t² et temps : v = gt => h = ½g$t^2$ => t = $(2h/g)^{½}$ = 2.2 s

3) a = 5 m/$s^2$ et d = $v_{moy}$ t = 122,5 m ; v(3) = 35 - 3*5 = 20 m/s = 72 km/h.

4) 1$^{ère}$ seconde : $v_{1moy}$ = 5 m/s et $\Delta x_1$ = 5 m ; 2$^{ème}$ seconde : $v_{2moy}$ = 15 m/s et $\Delta x_1$ = 15 m ; 3$^{ème}$ seconde : $v_{3moy}$ = 25 m/s et $\Delta x_1$ = 25 m (calculés avec g = 10 m/$s^2$)

## 1.1.8 Accélération et MCU (M 8)

1) a = 4$\pi^2$ Lsin$\alpha$/$T^2$ = 4,583 m/$s^2$.

2) a = 4$\pi^2$ R/$T^2$ = 9,374 m/$s^2$ 3) a = 4$\pi^2$ R$n^2$ (n = 5 t/s) = 197.4 m/$s^2$ = 20 g.

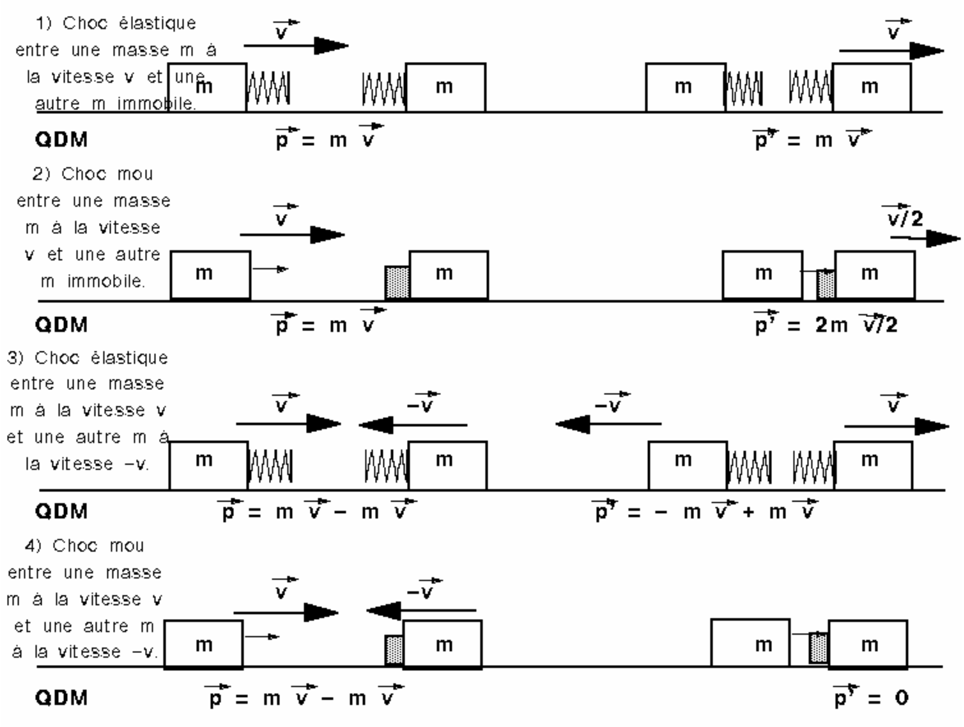
## 1.2 Quantité de mouvement et chocs

La quantité de mouvement $\vec{p}$ est le produit de la masse m et de la vitesse $\vec{v}$. C'est une grandeur vectorielle qui a une intensité en kg m/s, une direction et un sens. La quantité de mouvement permet de distinguer la différence physique entre une mouche de 1/10 de gramme et un camion de 20 tonnes tous deux lancés à une vitesse de 60 km/h !

Quantité de mouvement : $\boxed{\vec{p} = m\,\vec{v}}$ [kg m/s]

Si l'on fait 4 expériences avec deux chariots de même masse m sur un banc à coussin d'air parfaitement horizontal qui subissent des chocs. Le banc à coussin d'air modélise un référentiel galiléen (non accéléré). Pour mieux comprendre l'expérience, nous indiquerons ce qui se passe avant et après le choc.

Expérience AVANT APRES




Nous pouvons calculer la quantité de mouvement des deux masses avant et après le choc et constatons **qu'elle est conservée** quel que soit le choc.

Nous distinguons deux types de chocs :

- **Choc élastique** : Rebond parfait, en général avec un ressort.
- **Choc mou** : Pas de rebond, les deux objets restent collés.

Loi de conservation de la quantité de mouvement :

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 \text{ ou } \Sigma\, m_i\, \vec{v}_i = \text{constante } (\vec{p} = m\,\vec{v})$$

Lors de n'importe quel choc dans un référentiel galiléen, la quantité de mouvement est conservée.

Exemple de calcul :

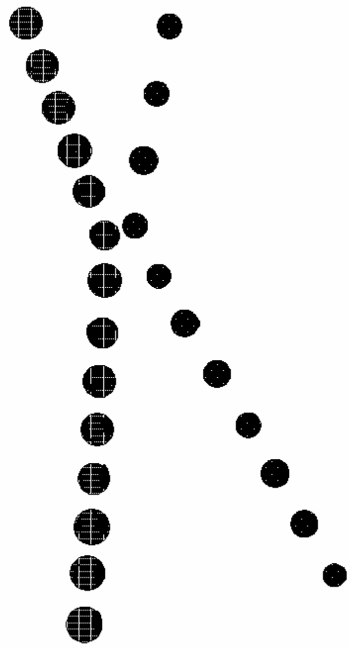
Soit une route parfaitement glacée et horizontale. Un camion de 5 tonnes à 50 km/h arrive contre une voiture de 1 tonne à 100 km/h. En admettant que le choc est complètement mou (la voiture reste encastrée dans le camion), quelle sera la vitesse du tout après le choc ?

Poser un référentiel Ox dans le sens de la vitesse du camion.

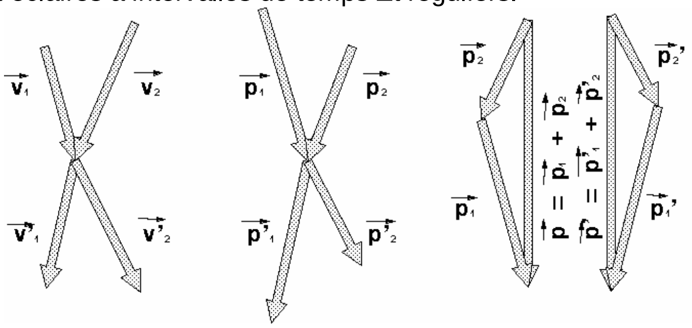
- p(camion) = 5000 * (50/3,6) = 69'444 kgm/s
- p(voiture) = 1000 * (-100/3,6) = - 27'778 kgm/s

QDM totale = + 41'667 kgm/s elle est conservée lors du choc :
41'667 = (5000+1000) * v' => v' = 6,94 m/s = 25 km/h

Les deux véhicules continuent donc à 25 km/h dans le sens de marche du camion.



Photographie (en négatif) stroboscopique de deux palets qui s'entrechoquent sur une table à coussin d'air horizontale. Cette photo a été prise de nuit et les deux palets sont éclairés à intervalles de temps $\Delta$t réguliers.




La quantité de mouvement est aussi conservée lors d'un choc à deux dimensions sur un référentiel galiléen comme une table à coussin d'air. Pour résoudre ce problème, on peut raisonner vectoriellement comme sur la figure ci-dessus.

## Exercices Chocs et QDM

1) Pour déterminer la masse d'un objet, on le lance à une vitesse de 4 m/s contre un objet immobile, de masse connue, égale 0,5 kg. On observe que l'objet incident est rejeté en arrière avec une vitesse de 2,48 m/s, tandis que l'objet heurté acquiert une vitesse de 0,54 m/s. Calculer la masse inconnue.

2) Un homme courant à la vitesse de 4 m/s saute sur un chariot immobile et s'assied dessus. Les masses de l'homme et du chariot valent respectivement 60 et 20 kg. Quelle est la vitesse finale du chariot ?

3) Une boule de plastiline a une masse de 100 g et une vitesse de 5 m/s. Elle heurte une seconde boule qui se meut sur la même droite, mais en sens inverse, à une vitesse de 1 m/s. La seconde boule a une masse de 300 g. Les deux boules se collent. Quelle est la vitesse finale du système ?

4) Un cosmonaute de 100 kg est séparé du vaisseau spatial par 20 m. Il désire le rejoindre en 30 s. Il dispose à cet effet d'oxygène sous pression qu'il peut chasser à la vitesse de 50 m/s. Quelle masse d'oxygène doit-il éjecter (on admettra que la durée d'éjection est très petite) ?

5) Sur un rail à coussin d'air, un glisseur de 400 g arrive à une vitesse de 2 m/s contre un glisseur de 600 g, venant en sens inverse à la vitesse de 1 m/s. Le premier objet est rejeté en arrière avec une vitesse de 1,6 m/s. Calculer la vitesse finale du second.

6) On tire une balle de fusil, horizontalement, dans une pièce de bois suspendue à un fil et immobile. La balle s'y arrête. Les masses de la balle et du bois ont respectivement de 3 g et de 3 kg. Le temps de pénétration de la balle dans le bois est très bref. Après le choc, le morceau de bois a une vitesse de 0,4 m/s. Quelle était la vitesse initiale de la balle ?

7) Un petit wagon de bois de 1 kg roule sans frottement, à la vitesse de 2 m/s, sur une piste horizontale. On lui tire dessus une balle de fusil de 20 g, ayant une

vitesse de 500 m/s dans la direction et le sens de son mouvement. Ensuite on tire sur lui une seconde balle en sens inverse. Calculer la grandeur de la vitesse du wagon après le premier, puis le second tir, sachant que les balles sont restées dans le wagon.

8) Deux objets se heurtent perpendiculairement et restent collés l'un à l'autre. L'un a une masse double de l'autre. Leurs vitesses initiales ont la même grandeur. Que vaut la vitesse du système final (direction, sens, norme) ?

9) Une bille de plastiline possède une vitesse v. Elle entre en collision avec une seconde bille qui se colle à elle. Le système final a une vitesse de même grandeur que celle de la première bille, mais de direction perpendiculaire. Les deux billes ont la même masse. Déterminer la vitesse initiale de la seconde bille (norme, direction, sens).

10) Deux billes de même masse m subissent un choc élastique. La bille 1 arrive avec une vitesse v contre la bille 2 immobile. Montrer que les deux trajectoires après le choc sont perpendiculaires. L'énergie est conservée lors d'un choc élastique.

# 1.3 DYNAMIQUE ET GRAVITATION

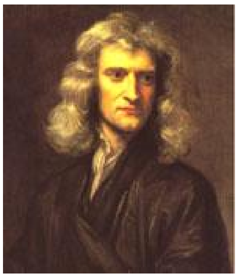
## *1.3.0 Histoire de la dynamique*

### *1. L'antiquité*

*Dès l'antiquité, on observa les mouvements des astres dans le ciel. Pour les anciens, le Soleil, la Lune et les planètes (êtres errants se déplaçaient par rapport à la Terre supposée immobile les cieux étaient imaginés rempli d'un fluide extraterrestre : l'éther. A cette époque, on pensait que les mouvements célestes n'avaient rien de commun avec les mouvements des corps observés sur Terre.*

### *2) Aristote (384 - 322 av. J.-C.)*

*Aristote expliquait la persistance du mouvement rectiligne uniforme par la transmission de la poussée à l'objet par l'air ambiant de proche en proche. Aristote construisit une théorie complète de la mécanique avec deux facteurs principaux dans tout mouvement : une action motrice et une action antagoniste de résistance. Pour que le mouvement puisse avoir lieu, il faut que la force motrice soit plus grande que la force résistante.*



### *3) Sir Isaac Newton (1642 - 1727)*

*Né en 1642, l'année de la mort de Galilée, Newton a largement contribué à notre compréhension du mouvement. Il a aussi effectué un travail remarquable dans le domaine de l'optique et des mathématiques.*

*Newton était un enfant fragile. Il a été élevé par sa grand-mère, après que sa mère se fut remariée lorsqu'il avait deux ans. Son enfance difficile est sans doute en rapport avec les tendances psychotiques qu'il a développées plus tard. Durant toute sa brillante carrière, il se montrait extrêmement anxieux lors de la publication de ses travaux, et il manifestait une violence irrationnelle lorsque ses idées étaient contredites. Il a souffert d'au moins deux dépressions nerveuses.*

*Au début de ses études, à Cambridge (1661-1665), Newton assimile très vite la littérature scientifique et mathématique et il explore bientôt de nouveaux domaines. Il formule le théorème du binôme et énonce les concepts fondamentaux de l'analyse. A cette époque et dans les années suivantes, il entreprend également des recherches en optique et sur le mouvement des planètes. Il montre que la force que le Soleil exerce sur une planète varie en* $1/r^2$*. Quelque vingt ans plus tard, il étendra cette idée à la loi de la gravitation universelle. Bien que le travail de Newton ne soit connu que dans un cercle restreint en raison de son hésitation à publier ses résultats, Il obtient une chaire à Cambridge en 1669. Il met au point le premier télescope à réflexion en vue d'éliminer les problèmes d'aberrations inhérents aux lentilles. L'enthousiasme que la Royal Society de Londres lui réserve lors de la présentation de ce télescope*

*l'encourage à présenter à cette société ses autres résultats d'optique. Nous sommes en 1672. Robert Hooke, le maître incontesté de l'optique, manifeste son désaccord vis-à-vis de certaines idées de Newton. Ceci donne lieu à d'âpres querelles qui forcent Newton à s'isoler pendant quelques années.*
*Le travail le plus remarquable de Newton se rapporte à la mécanique. Bien que de nombreux résultats aient été obtenus au début de sa carrière, sa théorie sur le mouvement planétaire n'est publiée qu'en 1684, sur le conseil pressant d'Edmond Halley, un astronome qui avait entendu parler de son travail.*
*La publication de Principia Mathematica date de 1687. Cette œuvre classique, écrite en latin, contient l'énoncé des trois lois du mouvement et de la loi de la gravitation universelle. Ce traité représente un des fondements de la science moderne. Il a rendu Newton internationalement célèbre. Cette publication termine sa période de recherches actives. Progressivement, son intérêt se tourne vers la politique, la théologie et vers des querelles de préséance scientifique.*
*Newton devient directeur de l'Hôtel des Monnaies, en principe un travail bien payé et peu exigeant. Il prend cependant son rôle très au sérieux et se montre particulièrement zélé pour poursuivre les faux-monnayeurs et les envoyer à la potence. Il assure également le rôle de leader de la science anglaise, en devenant président de la Royal Society en 1703. En 1705, il est le premier scientifique à être anobli. Malheureusement, il profite de sa situation pour chercher querelle à différents hommes de science. La querelle la plus longue est celle qu'il entretient, pendant vingt-cinq ans, avec Leibniz à qui il dispute le mérite du développement du calcul infinitésimal. Il est maintenant établi que Leibniz a développé le calcul infinitésimal, indépendamment, mais après Newton. Leibniz a toutefois publié ses résultats avant que Newton ne publie les siens.*

### 1.3.1 Masse et masse volumique

La masse m mesure la quantité de matière en **kilogramme kg**. La masse unité conventionnelle est aujourd'hui le "kilogramme international", défini par un étalon en platine iridié conservé au Bureau international des poids et mesures, à Sèvres. Cette masse correspond à peu près à celle d'un litre d'eau ; c'était la définition initiale du kilogramme adoptée par la Convention en 1793, mais elle est insuffisamment précise pour la métrologie moderne. Il est probable qu'une nouvelle définition, fondée sur les masses d'objets atomiques, sera donnée dans l'avenir au kilogramme, comme cela a été le cas pour le mètre et la seconde. On peut mesurer la masse de deux manières :

a) Avec une balance à ressort ou un dynamomètre (voir plus loin masse grave ou masse inerte).
b) Par comparaison avec une balance à plateaux (masse inerte).

La **masse volumique** $\rho$ est le quotient de la masse et du volume : $\boxed{\rho = m/V}$ . Les masses volumiques des corps habituels sont situées de 0.09 kg/m$^3$ pour l'hydrogène à 21’450 kg/m$^3$ pour le platine en passant par environ 1000 kg/m$^3$ pour l'eau. La masse volumique peut varier avec la température (pour la dilatation, voir chapitre chaleur).

#### Exercices masse volumique

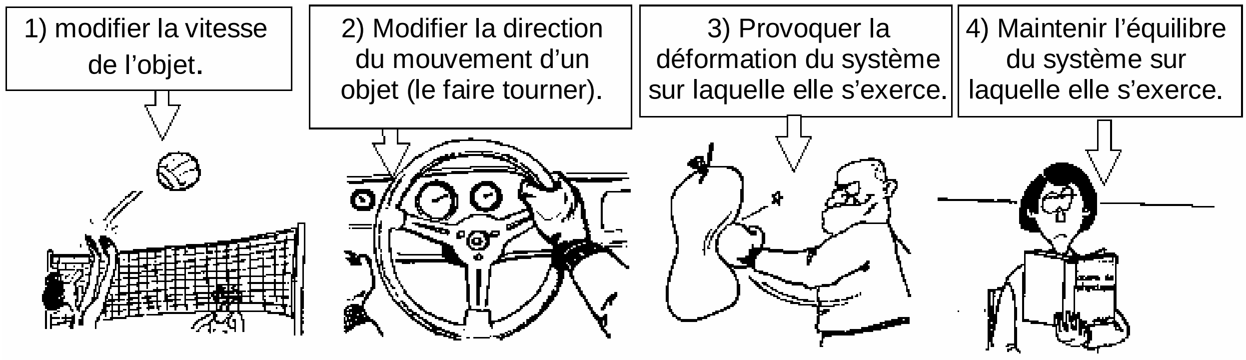
1) Quelle est la masse volumique d'un bloc parallélépipédique de polystyrène expansé (Sagex®) de 1 kg et de dimensions 80 cm * 50 cm * 13 cm ?

2) Un fil de cuivre de 1 mm de diamètre pèse 1 kg. Déterminer sa longueur. ($\rho_{Cu}$ = 8920 kg/m$^3$)

3) Quelle est la variation de niveau de l'eau dans un verre cylindrique de 7 cm de diamètre lorsque l'eau gèle (supposer que la variation de volume se fasse vers le haut) ? La hauteur initiale est de 12 cm. ($\rho_{gl}$ = 917 kg/m$^3$ et $\rho_{eau}$ = 998 kg/m$^3$).

## 1.2.2 Notion de force

**La force est une interaction entre 2 corps**. Ses effets statiques et dynamiques sont :




Effets dynamiques d'une force Effets statiques d'une force

### Les différents types de forces

a) La force de **pesanteur mg**, toujours verticale, est dirigée vers le bas, où g est la pesanteur terrestre (9,81 m/s/s ou N/kg). La pesanteur terrestre varie un peu selon l'endroit où l'on se trouve sur la Terre (9,761 à 9,832 N/kg). On peut prendre une valeur approchée de 10 N/kg et pour s'en souvenir : "Une force de 1 newton est la force avec laquelle la Terre attire une plaque de chocolat (100g) vers elle".

b) La force de **traction T** peut être musculaire ou élastique (provoquée par un ressort où l'allongement est proportionnel à la force (T = kx).

c) La force de **soutien S** du plan sur lequel repose l'objet, permet à ce dernier de ne pas s'enfoncer dans le plan. C'est en général une force de pression.

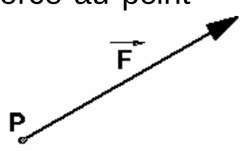
d) La force de **frottement $F_f$** s'oppose au mouvement de l'objet. Il peut y avoir un frottement entre deux surfaces ou dans un fluide (gaz ou liquide).

e) Les forces **électriques et magnétiques** étudiées ultérieurement dans la deuxième partie du cours.

### Caractérisation de la force

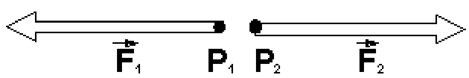
La force est une grandeur vectorielle ; c'est-à-dire qu'il faut connaître pour la définir :

* sa droite d'action ou sa **direction** (NS, EW, oblique...)
* son **sens** (droite - gauche - bas - haut...)
* son **intensité** que l'on mesurera en newtons [N] en souvenir du "père de la mécanique classique" (par exemple F = 5,2 N).
* son **point d'application P** ; par exemple : La punaise exerce une force au point d'application de la force.




Graphiquement, on représente une force par une flèche dont la longueur est proportionnelle à son intensité. On mesure la force grâce à un dynamomètre qui est un ressort étalonné en newtons.

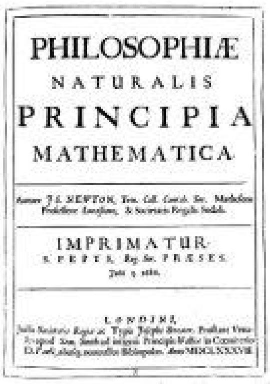
Attention, deux forces peuvent avoir une même intensité sans être égales $F_1 = F_2$ mais les vecteurs $\mathbf{F_1}$ et $\mathbf{F_2}$ sont différents.




Deux forces $\mathbf{F_1}$ et $\mathbf{F_2}$ sont dites opposées lorsqu'elles ont les mêmes droites d'action et intensités et des sens contraires.

## 1.2.3 Les trois lois de Newton

Ces trois lois sont présentées en 1687 dans son livre "Principia Mathematica".

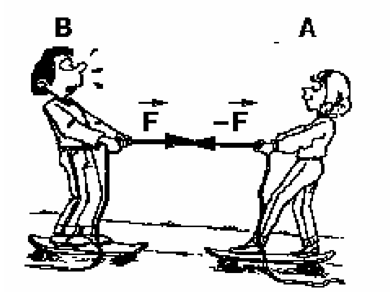




1) **Loi d'inertie** ou loi de la paresse : si un objet se trouve dans un référentiel isolé, son mouvement est rectiligne et uniforme (MRU).
Un référentiel isolé est caractérisé par une absence de forces extérieures. On trouve en laboratoire des rails ou banc à coussin d'air horizontaux sur lesquels on peut négliger les forces extérieures. Ce sont des référentiels isolés à une ou deux dimensions. Pour obtenir un référentiel isolé à trois dimensions, il faut se trouver dans un satellite en rotation autour de la Terre. Nous appellerons cet état l'**impesanteur** (au lieu d'apesanteur) pour le distinguer de la pesanteur.

2) **Loi fondamentale de la dynamique** expliquée et développée aux chapitres suivants.

3) **Loi de l'action et de la réaction** Si un corps A exerce une force F sur un corps B, le corps B exerce une force -F sur le corps A. Les deux forces F et -F sont égales et opposé. Cette loi est illustrée par le schéma ci-contre.



Action et réaction

## 1.3.4 Exemples d'introduction à l'équation fondamentale

1) **Objet en chute libre** (en négligeant les forces de frottement) : Son mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA) a déjà été étudié ; il est caractérisé par une accélération g constante de 9,81 m/s² en Suisse. Le mouvement est donc uniformément accéléré en direction du centre de la Terre.
La force en jeu est celle de gravitation $F = m\,g = G\,M\,m / d^2$ qui le tire vers la Terre.

2) **Véhicule qui freine** : Son mouvement est caractérisé par une décélération a que l'on peut admettre constante (MRUA). La force de freinage est ce qui a permis la décélération. Remarquons aussi que les freins ne sont pas les mêmes pour un vélo que pour un camion de 20 tonnes. La force de freinage dépend donc de la masse du véhicule.

**Conclusions** : Dans les deux exemples cités, on peut mettre en relation la force F et la variation du mouvement caractérisée par l'accélération a. Nous avons aussi remarqué que la masse de l'objet à déplacer est importante. Nous pourrions encore trouver beaucoup d'autres exemples où l'on voit le rapport entre force et accélération.

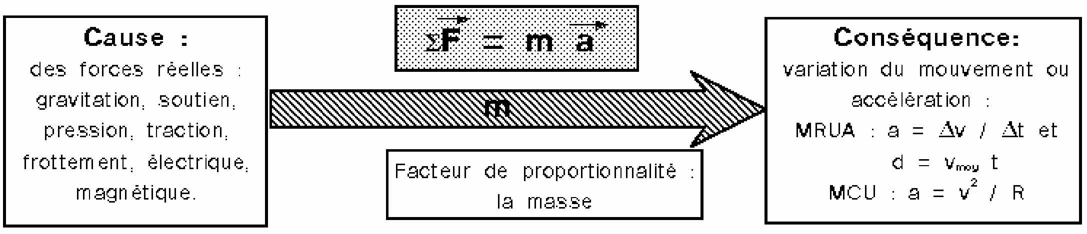
## 1.3.5 L'équation fondamentale de la dynamique de Newton

Les exemples qui précèdent nous ont permis de nous rendre compte que :
* La force est la cause de la variation du mouvement (caractérisée par l'accélération).
* Plus la masse à mettre en mouvement est grande, plus la force doit être grande.

Ceci nous permet de mettre en relation la force et l'accélération avec **un facteur de proportionnalité qui est la masse**.

Equation de Newton : $\boxed{\Sigma \vec{\mathbf{F}} = m\,\vec{\mathbf{a}}}$ (ou $\vec{\mathbf{F}} = m\,\vec{\mathbf{a}}$ avec une seule force)

Nous pouvons généraliser cette équation dans le cas où il y a plusieurs forces : La résultante (somme vectorielle) des forces impliquera la variation du mouvement.




## 1.3.6 Masse inerte et masse grave

La masse est liée à la quantité de matière contenue dans un corps. Elle se manifeste d'abord par la force de gravitation qui s'exerce universellement entre corps massifs. Cette "**masse pesante ou masse grave**" est directement liée à la force de pesanteur d'un corps et mesure l'action de la pesanteur sur celui-ci. La masse, par ailleurs, caractérise la résistance d'un corps à la modification de son mouvement : c'est le coefficient d'inertie, ou "**masse inertielle**", du corps. Dans ces deux acceptions, la masse est additive selon la mécanique newtonienne. La physique newtonienne la définit comme le coefficient d'inertie reliant l'intensité d'une force appliquée à l'accélération d'un mouvement mais aussi comme caractérisant la réponse gravitationnelle d'un objet.

L'égalité des masses inertes et des masses graves est une constatation expérimentale. (à $10^{-11}$ près)

## 1.3.7 Masse, poids et force de pesanteur

Souvent, dans les livres, on parle de poids et de masse pour distinguer la force de pesanteur de la masse. Mais l'homme de la rue parle de poids pour mesurer la masse (il se pèse et la balance lui donne son poids 75 kg)...

Dans ce cours, nous allons donc parler de la **masse** ou éventuellement du poids en kg et de la **force de pesanteur** pour mesurer des forces en newton.

La masse se révèle d'abord à nos sens par la force de pesanteur qu'exerce la Terre est de toute évidence d'autant plus grande que l'objet contient plus de matière. Cependant, une étude plus attentive révèle que la force de pesanteur d'un objet n'est pas constante à la surface de la Terre et varie avec la latitude et l'altitude (0,2% de plus à l'équateur, et 0,15% de moins au sommet du mont Blanc qu'à Lausanne). La masse, par contre, pour pouvoir caractériser la quantité de matière de l'objet considéré en tant que tel, doit lui être intrinsèque et ne pas dépendre des conditions extérieures. C'est la variation du champ de pesanteur g du lieu qui explique les variations de la force de pesanteur. Sur la Lune, la pesanteur est six fois moindre que sur la Terre ; les bonds télévisés des astronautes ont illustré cette diminution de la force de pesanteur, mais sans changement de masse.

## Exercices MRUA et force

1) Une grue soulève un bloc de pierre de 500 kg posé sur le sol. Le long du premier mètre de son ascension, le bloc subit une accélération de 1 $m/s^2$. Ensuite il a une vitesse constante. Calculer la force exercée par le câble sur le bloc dans le premier mètre, puis par la suite.

2) Un wagon a une masse de 20 tonnes. Quelle force faut-il exercer pour lui communiquer une vitesse de 54 km/h en une minute ?

3) Trouver la force permettant à une voiture roulant à 108 km/h de s'arrêter en freinant sur 75 m. La masse de la voiture vaut 600 kg.

4) Un camion est à disposition pour remorquer une voiture en panne. Comme corde de remorquage, on ne dispose que d'une grosse ficelle pouvant supporter au maximum une force de 1000 N. La masse de la voiture est de une tonne et le frottement qu'elle subit vaut 400 N. Quelle est l'accélération maximale que peut se permettre le camion ?

5) Une fusée dont la masse est de 8 tonnes subit une poussée de $2{,}5 * 10^5$ N pendant une minute. Quelle est alors son altitude, si l'on néglige les frottements et si l'on admet que sa masse reste constante ?

6) Un prisonnier veut s'échapper d'une cellule au sommet du donjon. Il dispose d'une corde pouvant soutenir une force maximum de 740 N. Il a pour ami un certain Newton en qui il a toute confiance. Sachant que sa masse est de 80 kg, comment va-t-il procéder :
   a) Décrire la manière dont il doit descendre pour ne pas casser la corde.
   b) Peut-il se laisser glisser tout en accélérant ? Si oui, dans quel domaine devra-t-il maintenir son accélération ?

7) L'occupant d'un ascenseur est monté sur une balance à ressort (qui mesure la force de soutien en kg* (1 kg* = 10 N)).
   a) L'ascenseur monte avec une accélération de 2 $m/s^2$. Que vaut la masse du passager si la balance indique 100 kg* ?
   b) Dans quelles conditions la balance indiquerait-elle 50 kg* ?
   c) Qu'indiquerait la balance si le câble de l'ascenseur cassait ?

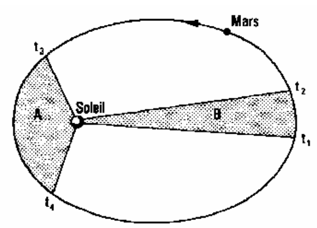
## La découverte de la gravitation universelle

*a)* ***Les hypothèses des anciens** : L'observation du ciel a toujours passionné les hommes. Les premiers observateurs du ciel furent les astrologues babyloniens, qui, pour prédire l'avenir, ont dressé des cartes du ciel. Les constellations comme la Grande Ourse gardent la même forme, mais l'observation du ciel montre que les étoiles semblent tourner dans le firmament comme si elles étaient clouées sur une sphère tournant autour de la Terre : pour les anciens la Terre était le centre de l'Univers. En plus des étoiles, sept corps célestes étaient connus: le Soleil et la Lune tournant autour de la Terre, et les planètes (du grec : vagabond) Mercure, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne dont les mouvements semblaient désordonnés. Un premier système planétaire a été proposé par Eudoxe (III$^e$ siècle avant J.-C.), puis perfectionné par différents astronomes dont Ptolémée (II$^e$ siècle après J.-C.) : le mouvement de chaque planète est guidé par une sphère centrée sur la Terre. Les mouvements des planètes étaient approximativement décrits par ce système très complexe qui a prévalu jusqu'au XV$^e$ siècle.*

*b)* ***Copernic**, astronome polonais (1473-1543), jugea le système de Ptolémée trop compliqué. Il supposa que la Terre était en rotation sur elle-même. Ceci expliquait alors la rotation apparente des* *étoiles dans le ciel. En supposant en outre que le centre de rotation des planètes était le Soleil et non la Terre, les mouvements devenaient beaucoup plus simples. La Terre était donc une planète comme les autres, tournant autour du Soleil. Prévoyant les nombreuses critiques et essayant d'y répondre par avance, Copernic ne publia son livre qu'à la fin de sa vie. Sa théorie tut dénoncée comme "contraire aux Saintes Ecritures" et lui-même traité d'hérétique.*

c) ***Tycho Brahé**, astronome danois (1546-1601), n'accepta pas la théorie de Copernic. Il supposa que le Soleil tourne autour de la Terre et que les autres planètes tournent autour du Soleil. Pour justifier ses théories, il fit pendant plus de vingt ans des observations très précises et dressa des cartes du ciel, répertoriant des milliers d'étoiles. Les résultats de ces mesures sont encore utilisés de nos jours.*

d) ***Kepler** (1571-1630), élève de Tycho Brahé, était plus mathématicien qu'astronome. Il utilisa les résultats expérimentaux de Tycho Brahé et chercha les lois mathématiques régissant les mouvements des planètes. Comme Copernic, Kepler supposa que la Terre est en mouvement autour du Soleil. Après de nombreux calculs, il découvrit que les orbites des planètes sont des ellipses dont le Soleil est un des foyers ($1^{ère}$ loi de Kepler) et qu'un segment joignant le Soleil à la planète considérée balaie des aires égales pendant des intervalles de temps égaux ($2^{me}$ loi de Kepler). Enfin, il trouva une relation entre le rayon de l'orbite (demi somme de la plus petite et la plus grande distance de la planète au Soleil) et la période de révolution : $R^3/T^2$ = constante ($3^{me}$ loi de Kepler). Le système de Kepler est simple et décrit beaucoup mieux que les précédents les mouvements des planètes. La figure ci-contre montre la détermination de l'orbite de Mars par Kepler.*



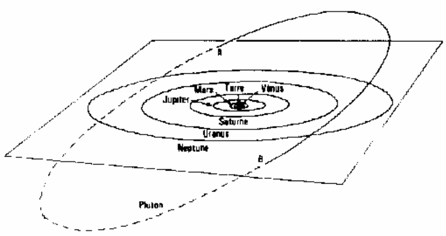

e) *Grâce aux travaux de **Galilée**, **Newton** va déduire les lois du mouvement. On dit que Newton, dans son verger, regarda la Lune et se demanda pourquoi elle ne tombait pas sur la Terre comme une pomme. Il en déduisit que la Lune tombe aussi sur la Terre mais qu'elle va tellement vite qu'elle ne la touche jamais. C'est le début de la théorie des satellites : ces derniers vont si vite qu'ils ne retombent jamais sur la Terre. On peut dire qu'ils sont en équilibre dynamique entre leur mouvement (accélération centripète = $v^2/R$) et la force de gravitation.*

*Newton fit un petit calcul entre la pomme et la Lune : La pomme est à une distance de 6371 km du centre de la Terre et la Lune à 384'400 km soit 60,1 fois plus loin. La Lune met 27,3 jours (2'350'000 s) pour faire un tour de la Terre avec un rayon de 384'400 km, ce qui permet de trouver une accélération de 0,0027 m/s² ($a = v^2/R = 4\pi^2R/T^2$), soit 3640 fois plus petite que les 9,81 m/s² ($h = gt^2/2 \Rightarrow g = 2h/t^2$) de la pomme sur Terre.*

*En comparant ces deux rapports (3640 et 60,1), Newton remarqua que le premier est presque le carré du second. Ce qui signifiait, d'après la relation fondamentale, que la force d'attraction gravifique diminue avec le carré de la distance. Il élabora ainsi la théorie de la gravitation universelle.*

*Au XIX^e^ siècle, l'application de la loi de la gravitation universelle permit d'expliquer les petites variations des positions des planètes par rapport aux orbites de Kepler. En effet, chaque planète est soumise à l'attraction du Soleil, mais aussi celle des autres planètes.*

f) *En 1846, une nouvelle planète, **Uranus**, fut découverte. Son comportement était mal expliqué, ce qui permit de prévoir l'existence et la position d'une huitième planète, **Neptune**, découverte en 1871 par Gallé. Après une année d'examens minutieux de centaines de plaques photographiques prises à l'aide du télescope de Lowell, Clyde William Tombaugh découvrit **Pluton**, le 18 février 1930, la neuvième planète du système solaire Le système solaire est formé de neuf planètes tournant autour du Soleil sur des orbites elliptiques qui sont toutes, sauf celle de Pluton, dans le même plan.*

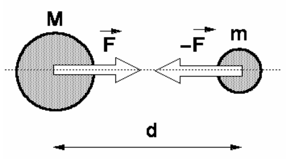



## 1.3.8 La loi de la gravitation universelle.

Le terme de gravitation vient du vieux français où l'on parlait de **"graves"** c'est-à-dire de corps pesants. On a longtemps parlé de la "chute des graves". Chaque particule de matière dans l'univers attire chaque autre particule avec une force dont l'intensité est proportionnelle aux masses des particules et à l'inverse du carré de la distance qui les sépare. Cette force est dirigée selon la droite qui joint les centres de gravité des

particules. La force de gravitation est l'une des quatre forces fondamentales de l'Univers. Elle agit à distance sans intermédiaire matériel entre les corps et ne s'applique qu'aux masses ponctuelles, c'est-à-dire à des masses dont les dimensions sont très petites par rapport à la distance qui les sépare. Pour les objets de gros volume, nous admettrons que la force de gravité s'exerce en leur centre de gravité ou centre de masse (qui est leur centre de symétrie si l'objet est homogène).
la loi de la gravitation dit que la force est proportionnelle aux masses et inversement proportionnelle à la distance au carré :

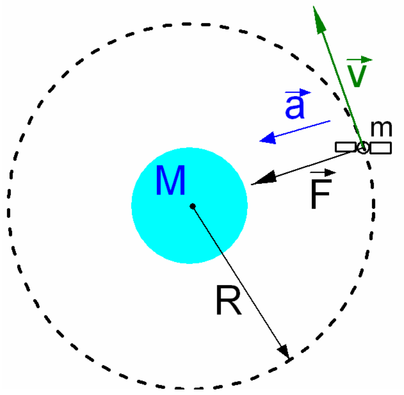
$$\boxed{F = G\,Mm/d^2 \qquad \text{où} \qquad G = 6{,}67 * 10^{-11}\ Nm^2/kg^2}$$




- F : Forces d'attractions F et -F égales et opposées des deux corps en N (ce qui signifie que si la Terre nous attire avec une force de 650 N, nous l'attirons aussi avec une force de 650 N !).
- M et m : Masses des corps en kg.
- D : Distance entre les corps en m.
- G : Constante de gravitation. La détermination la plus récente de G (1982) donne : G = (6,672'6 ± 0.000'5) * $10^{-11}$ Nm²/kg². Pour les calculs courants, on utilisera 2 décimales.

## 1.3.9 Dynamique de rotation des planètes – Lois de Kepler

Si l'on considère le système solaire, on peut admettre en première approximation que les orbites de planètes de masse m sont des cercles de rayon R. M est la masse du soleil.

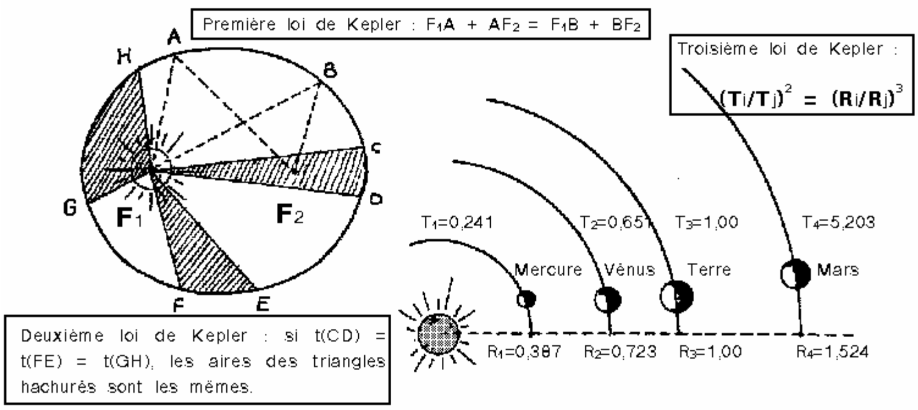



La force de gravitation maintient un satellite sur son orbite de rayon R : $F = GMm/R^2$ (1)
L'accélération du mouvement circulaire uniforme : $a = v^2/R$ (2)
L'équation fondamentale de Newton appliquée au satellite avec une force de gravitation F et une accélération a : $F = ma$ (3)
En remplaçant (1) et (2) dans (3) : $GMm/R^2 = mv^2/R$
=> $\boxed{v^2 = GM/R}$ (4)
La vitesse du satellite en MCU sur un cercle de rayon R avec une période T est de $v = 2\pi R/T$ (5)
En remplaçant (5) dans (4), on obtient : $v^2 = 4\pi^2R^2/T^2 = GM/R$ => $4\pi^2R^3 = GMT^2$

$$\boxed{(GM/4\pi^2)\ T^2 = R^3 \quad \text{ou} \quad T^2/R^3 = \text{constante}}$$

On obtient ainsi la **troisième loi de Kepler** qui dit que le carré de la période de révolution est proportionnelle au cube du rayon (ou du grand axe) de l'orbite.

Etudions la troisième loi de Kepler, moyennant un changement d'unités :



- Mesure du temps en années (période de la Terre)
- Mesure de la distance en unités astronomiques (1 UA = distance Terre - Soleil)

Avec ces unités, $(GM/4\pi^2)$ 1 = 1 La constante $(GM/4\pi^2)$ vaut donc 1 si la période T est exprimée en années et le demi grand axe en unités astronomiques UA pour les planètes autour du Soleil. $\Rightarrow T^2 = R^3$

Comme exercice, on peut retrouver la période d'après la distance ou inversement dans la table numérique que l'on retrouve aux pages 204 et 205 des formulaires et tables CRM : (description des planètes en page M 39)

L'unité astronomique : 1 UA = $1.521*10^{11}$ m

= distance moyenne Terre – Soleil

| Masse du soleil : $M_o$ = | | $1.99*10^{30}$ kg | G = | $6.67*10^{11}$ $Nm^2/kg^2$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| Nom de | Masse | ½ grand | Excentricité | Période | Inclinaison |
| La planète | $[M_{Terre}]$ | axe a [UA] | [*] | sidérale | sur l'écliptique |
| | | ~ rayon | | [jours] | [°] |
| Mercure | 0.056 | 0.39 | 0.207 | 87.969 | 7 |
| Vénus | 0.82 | 0.72 | 0.007 | 224.701 | 3.39 |
| Terre | 1 | 1.00 | 0.017 | 365.256 | 0 |
| Mars | 0.11 | 1.52 | 0.093 | 686.98 | 1.85 |
| Jupiter | 317.8 | 5.20 | 0.048 | 4332.589 | 1.31 |
| Saturne | 95.2 | 9.54 | 0.056 | 10759.22 | 2.49 |
| Uranus | 14.5 | 19.18 | 0.046 | 30685.4 | 0.77 |
| Neptune | 17.2 | 30.06 | 0.009 | 60189 | 1.78 |
| Pluton | 0.0025 | 39.44 | 0.256 | 90465 | 17.14 |

[*] L'excentricité est égale à 0 lorsque la trajectoire est circulaire => a = R (rayon). Elle est égale à 1 lorsque la trajectoire est un segment et c'est une ellipse entre les deux cas : 0 < e < 1.

- **Première loi de Kepler** : Les orbites des planètes sont des ellipses dont le Soleil occupe un des foyers. Pour le système solaire, les orbites des planètes sont des cercles à part Mercure et Pluton.

- **Seconde loi de Kepler** : la vitesse (aréolaire pour une ellipse) est constante. Pour le système solaire, la vitesse des planètes est constante à part Mercure et Pluton.

## Exercices MCU et force – Lois de Kepler

1) On imagine le petit Prince de masse m = 30 kg sur sa planète de rayon R = 100 m et de même masse volumique moyenne que la Terre, soit 5,5 kg/litre.
   a) Quelle est la force de gravitation exercée par la planète sur le petit Prince ?
   b) Quel temps met un objet pour tomber d'une hauteur de 5 m ?

2) Un satellite tourne autour de la Terre suivant une orbite circulaire. Calculer sa vitesse v et sa période de rotation T s'il se trouve à une hauteur :
   a) h = 100 km de la surface de la Terre.
   b) h' = 1000 km de la surface de la Terre.

3) A quel endroit et à quelle altitude faut-il lancer un satellite de la Terre pour qu'il reste constamment au zénith du même lieu ? Si cette condition est remplie, on parle de satellite géostationnaire.

4) Calculer le temps de révolution et la vitesse d'un satellite décrivant une trajectoire circulaire à une altitude h = 100 km au dessus de la surface de la Lune.

5) Dans l'un des albums de Tintin, le capitaine Haddock, dont la masse vaut m = 90 kg, se satellise autour de l'astéroïde Adonis. Assimilons cet astéroïde à une sphère de diamètre D = 30 m (rayon R = 15 m) et de masse volumique $\rho$ = 7000 kg/m$^3$. Supposons que l'orbite soit un cercle de rayon R = 100 m. Quelle sera la période révolution T du capitaine ?

6) Comment la vitesse d'un satellite artificiel dépend-t-elle se son altitude ? Montrer que lorsque le satellite est "freiné" par l'atmosphère très peu dense à très haute altitude, en fait sa vitesse augmente !

7) Quelle devrait être la période de révolution de la Terre autour de son axe N-S, pour que la force de soutien exercée par le sol sur un objet quelconque à l'équateur soit nulle. Cet objet se trouverait alors en état d'impesanteur, satellisé autour de la Terre.

8) La planète Mars se trouve à 1,5 unités astronomiques (UA) du Soleil. Calculer sa période de rotation en années en sachant que celle de la Terre est de une année. Faire de même pour la planète Neptune qui se trouve à 30 UA du Soleil.

9) Dans un système stellaire, une planète située à 12 UA de l'étoile met 50 ans pour faire une révolution. A quelle distance de l'étoile une autre planète doit-elle se trouver de l'étoile pour en faire la révolution en une année ?

10) Dans le système solaire, le rapport des rayons (demis grands axes) de 2 planètes est de 9.
Déterminer le rapport de leurs périodes.

## *1.3.10 Classification des forces*

Les physiciens distinguent **4 grands types de forces** dans la nature.

| Gravitationnelle | Electromagnétique |
|---|---|
| pesanteur | soutien<br>traction<br>frottement |
| particule d'échange : le graviton ? | particule d'échange : le photon |

**Les 4 forces**

| Nucléaire forte | nucléaire faible |
|---|---|
| cohésion du noyau | Désintégrations radioactives |
| particule d'échange : le gluon | particules d'échange : les bosons X et W |

Autour de nous, nous trouvons habituellement des forces gravifiques et électriques.

1) La **force gravifique** est la force qui nous fait tomber vers le sol ou vers le bas.

2) La **force électrique** est due à tout ce qui se passe au niveau des couches électroniques périphériques des atomes. Tous les phénomènes chimiques font donc intervenir la force électrique. On peut distinguer :

- La force musculaire (combustible : le glucose).
- La force de frottement due à l'attraction électrique entre les atomes proches.
- La force élastique provenant de la cohésion des atomes par leurs liaisons électroniques.
- La force magnétique, comme la force électrique, due aux électrons.
- La force de pression due à la combustion chimique (donc électrique) des molécules. (Elle peut aussi être due à la force gravifique d'attraction de la Terre sur des molécules de gaz.)

3&4) Les **forces nucléaires** se trouvent au sein de l'atome et maintient la cohésion du noyau. On ne les observe pas directement autour de nous mais plutôt en laboratoire ou dans des applications industrielles précises.

**Quelques forces en N**

| | |
|---|---|
| $10^{-42}$ | force d'attraction gravifique entre deux atomes d'un cristal |
| $10^{-30}$ | force de pesanteur d'un électron |
| $10^{-26}$ | force de pesanteur d'un proton |
| $10^{-9}$ | force d'attraction gravifique entre deux masses de 1 kg sur les plateaux d'une balance de Roberval |
| $6*10^{-9}$ | variation de force sur le tympan au seuil de l'audition |
| $10^{-8}$ | force de pesanteur d'une bactérie |
| $8*10^{-8}$ | attraction électrostatique électron proton dans un atome d'hydrogène |
| $10^{-2}$ | force de pesanteur d'un oiseau |
| 10 | force pour soulever une masse d'un kilogramme |
| $7*10^{2}$ | force de pesanteur d'un homme |
| $8*10^{2}$ | traction d'une corde de violon |
| $2.5*10^{3}$ | force motrice d'une automobile ou force de frappe d'un karatéka |
| $3*10^{4}$ | traction d'un tracteur |
| $10^{5}$ | force de traction d'une locomotive |
| $2.5*10^{6}$ | poussée de la fusée Ariane |
| $10^{11}$ | force exercée par a du Centaure sur la Terre |
| $10^{17}$ | force exercée par a du Centaure sur le Soleil |
| $4*10^{19}$ | force exercée par la Lune sur la Terre |
| $3.5*10^{22}$ | force exercée par le Soleil sur la Terre |

## *Corrigé des exercices dynamique*

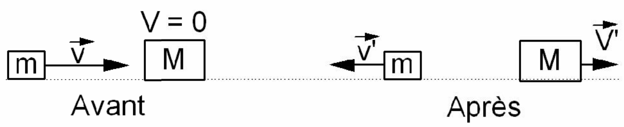
### Masse volumique p. M 11

1) $\rho = 1 / (0.8 * 0.5 * 0.13) = 19{,}23$ kg/m$^3$.
2) Volume de cuivre = $1.12 * 10^{-4}$ m$^3$ ; Surface = $7.85 * 10^{-7}$ m$^2$ ; L = V/S = 142.74 m.
3) Volume d'eau : $4.62 * 10^{-4}$ m$^3$ ; masse d'eau : m = $\rho$ V = 0.46 kg ; volume de glace : $5.03 * 10^{-4}$ m$^3$ ; nouvelle hauteur d'eau : 13.06 cm ; 1.06 cm de variation.

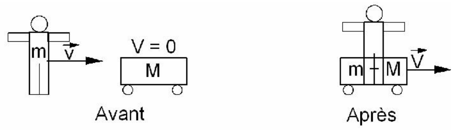
### Chocs et QDM p. M 11 et M 12

Dans tous les exercices, on prend les vitesses en valeur absolue et on y met le signe + pour celles qui vont à droite et – pour toutes celles qui vont à gauche. Pour les exercices 1 à 7 : on projette la quantité de mouvement selon l'axe horizontal x de gauche à droite.

1) Données : v = 4 m/s ; M = 0,5 kg ; v' = 2,48 m/s et V' = 0,54 m/s.
Conservation de la quantité de mouvement sur l'axe x : mv + 0 = -mv' + MV'
=> $\boxed{m = MV'/(v+v')}$ = 0.5*0.54/(4+2.48) => m = 0.042 kg = 42 g



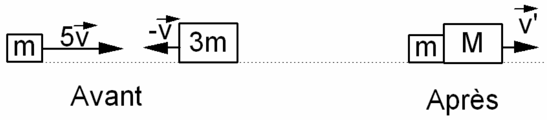

2) Données : v = 4 m/s ; M = 60 kg et m = 20 kg.
Conservation de la quantité de mouvement sur l'axe x :



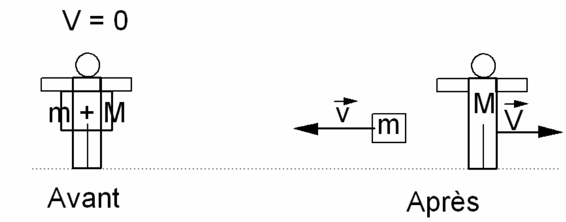
$Mv + 0 = (m + M)V' \Rightarrow \boxed{V' = Mv/(M+m)}$

$V' = 60*4/80 \Rightarrow V' = 3\ m/s$

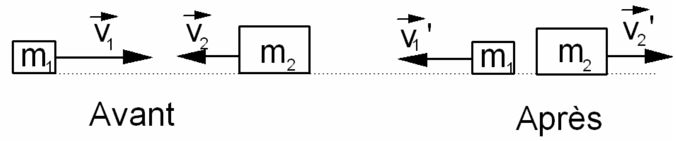
3) Données : m = 100 g ; 5v = 5 m/s ; v = 1 m/s et 3m = 300 g. Le choc est mou.
Conservation de la quantité de mouvement sur l'axe x : $5mv - 3mv = (m + 3m)v'$
$\Rightarrow \boxed{v' = 2mv/(4m) = ½v} \Rightarrow v' = 0.5\ m/s$



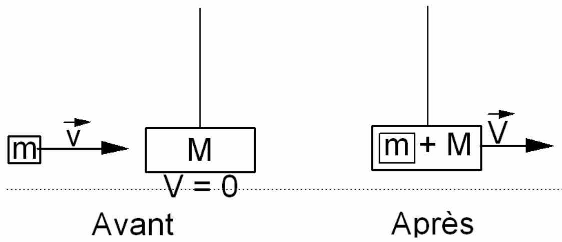

4) Données : M + m = 100 kg ; V = 20 m / 30 s = 2/3 m/s et v = 50 m/s. Le choc est mou.
Conservation de la quantité de mouvement sur l'axe x : $0 = -mv + MV \Rightarrow mv = MV$
$\Rightarrow mv = (M+m)V - mV \Rightarrow mv + mV = (M+m)V$
$\Rightarrow \boxed{m = (M+m)V / (v+V)} \Rightarrow m = 100*0.66/50.66 \Rightarrow$ $m = 1.303\ kg$



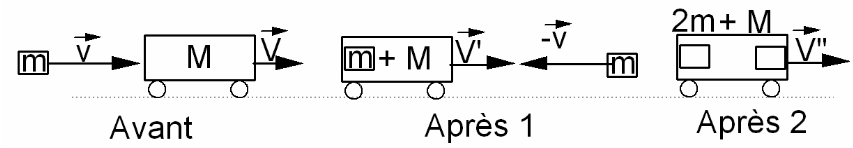

5) Données : $m_1$ = 400 g ;
$v_1$ = 2 m/s ; $m_2$ = 600 g,
$v_2$ = -1 m/s ; $v_1'$ = -1,6 m/s.
Conservation de la quantité de mouvement sur l'axe x : $m_1 v_1 - m_2 v_2 = -m_1 v_1' + m_2 v_2' \Rightarrow \boxed{v_2' = m_1(v_1 + v_1')/m_2 - v_2} = 0.4*(2+1.6)/0.6 - 1 \Rightarrow v_2' = 1.4\ m/s$




6) Données : m = 3 g ; M = 3 kg ; V = 0,4 m/s.
Conservation de la quantité de mouvement sur l'axe x : $mv + 0 = (m + M)V$
$\Rightarrow \boxed{v = (M+m)V/m} = 3.003*0.4/0.003$
$\Rightarrow v = 400.4\ m/s$

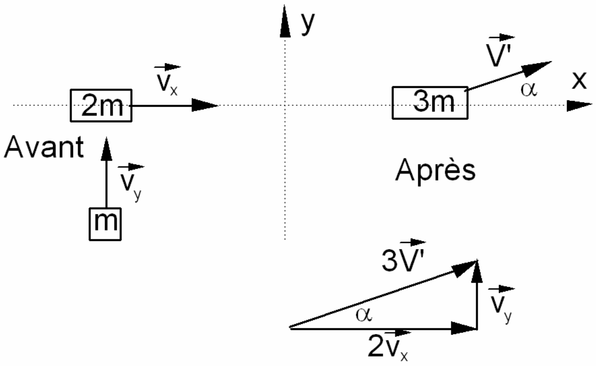



7) Données : M = 1 kg et V = 2 m/s ; m = 20 g et v = 500 m/s.
Conservation de la quantité de mouvement sur l'axe x : $mv + MV = (m + M)V' \Rightarrow \boxed{V' = (mv + MV) / (m + M)} = (0.02*500+2)/1.02 \Rightarrow V' = 11.76\ m/s$
$2^{me}$ choc : $(m + M)V' - mv = (2m + M)V'' = mv + MV - mv = MV$
$\Rightarrow \boxed{V'' = MV/(2m + M)} = 2/1.04 \Rightarrow V'' = 1.93\ m/s$




8) Conservation de la quantité de mouvement sur les axes :
(x) : $2mv = 3mV' \cos\alpha$
(y) : $mv = 3mV' \sin\alpha$
(x) : $2v = 3V' \cos\alpha \Rightarrow V'_x = 2v/3$
(y) : $v = 3V' \sin\alpha \Rightarrow V'_y = v/3$

$p_y/p_x \Rightarrow \tan\alpha = 1/2$
⇨ $\alpha = 26.6°$
$V' = v / (3\sin\alpha) \Rightarrow V' = 0.745\ v$



9) Conservation de la quantité de mouvement sur les axes :

(x) : $mv - mv_\alpha \sin\alpha = 0 \Rightarrow v_\alpha \sin\alpha = v$

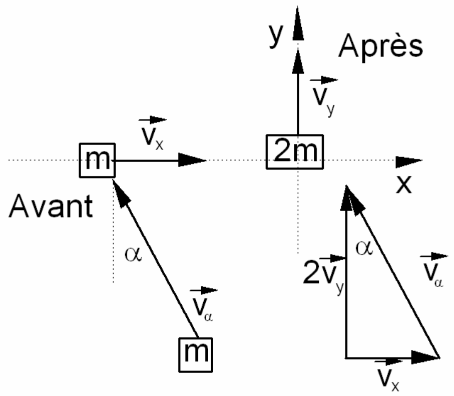
(y) : $mv_\alpha \cos\alpha = 2mv \Rightarrow v_\alpha \cos\alpha = 2v$

(x) : $v_{x\alpha} = -v$

(y) : $v_{y\alpha} = 2v$

$\tan \alpha = 0.5 \Rightarrow \underline{\alpha = 26.6°}$

$v_\alpha = v/\sin\alpha \Rightarrow \underline{v_\alpha = 2.23\ v = \sqrt{5}\ v}$




10) Conservation de la quantité de mouvement : $m\vec{v} = m\vec{v}' + m\vec{v}''$

Simplifions la masse m et élevons au carré : $v^2 = v'^2 + 2\ \vec{v}'\ \vec{v}'' + v''^2$

Conservation de l'énergie : $\frac{1}{2} m\ v^2 = \frac{1}{2} m\ v'^2 + \frac{1}{2} m\ v''^2 \Rightarrow v^2 = v'^2 + v''^2$

On en déduit que $2\ \vec{v}'\ \vec{v}'' = 0$ donc que les 2 vitesses $\vec{v}'$ et $\vec{v}''$ après le choc sont perpendiculaires.

## MRUA et force p. M 17

1) $a = 1$m/s/s : $T = m(g+a) = 5500$ N ; $a = 0$ : $T = mg = 5000$ N
2) $a = v/t = 0{,}25$ m/s/s ; $F = ma = 5000$ N
3) $t = d/V_{moy} = 5$ s ; $a = V_{max}/t = 6$ m/s/s ; $F = ma = 3600$ N
4) $a = (T - F_{fr})/m = 0{,}6$ m/s/s
5) $a = (F-mg)/m = 21{,}25$ m/s/s ; $H = \frac{1}{2}at^2 = 38'250$ m
6) a) non ; b) non ; c) $a = (mg-T)/m = 0{,}75$ m/s/s
7) a) $m = m''g/(g+a) = 83{,}3$ kg ; b) Descente avec $a = 4$ m/s/s ; c) $F_r = 0$ N car $mg = ma$

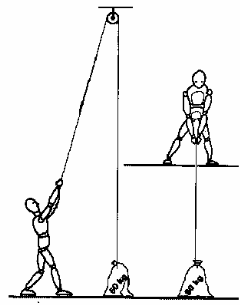
## MCU et force p. M 20

1) a) $F = 4\pi GmR\rho/3 = 0{,}00461$ N ; b) $a = F/m = 0{,}0001537$ m/s/s ; $t = (2d/a)^{½} = 255$ s = 4 min. 15 s.
2) $V = (GM_t/R)^{½}$ ; $T = 2\pi R/V$ ; a) $V_{100} = 7847$ m/s et $T_{100} = 5181$ s = 1 h 26' 21''; b) $V_{1000} = 7352$ m/s et $T_{1000} = 6299$ s = 1 h 45'.
3) Equateur ; $R^3 = GMT^2/4\ \pi^2$ ; $h = R - R_T = 35'879'000$ m
4) $V = (GM_L/R)^{½} = 1633$ m/s ; $T = 2\pi R/V = 7071$ s
5) $T^2 = (3\pi/\rho G)((R/R_S)^3)$ ; T = 77'300 s = 21 h 28 min 57 s
6) La vitesse est inversement proportionnelle à la racine du rayon
7) $T = 2\pi(R^3/(GM))^{½} = 5020$ s = 1 h 23 min 40 s $(T = 2\pi(R/g)^{½})$
8) 3$^{me}$ loi de Kepler : $T^2/R^3 = 1 = T'^2/R'^3 \Rightarrow T'^2 = R'^3 \Rightarrow T' = R'^{3/2} = 1.84$ UA
9) 3$^{me}$ loi de Kepler : $T^2/R^3 = \text{const.} = 50^2/12^3 = 1^2/R'^3 \Rightarrow \underline{R' = (12^3/50^2)^{1/3} = 0.884\ \text{UA}}$
10) 3$^{me}$ loi de Kepler : $T^2/R^3 = T'^2/R'^3 \Rightarrow T^2/T'^2 = R^3/R'^3 = 729 \Rightarrow \underline{T/T' = 9^{1.5} = 27}$

# 1.4 ENERGIE

## 1.4.1 Travail d'une force

Exemple 1



Considérons un ouvrier du bâtiment qui doit monter un sac de 50 kg sur une hauteur de 4 mètres à l'aide d'une poulie. Cet ouvrier doit fournir un certain **travail** ou une certaine **énergie** que nous appellerons E. Dans le cas de la descente, idéalement, nous pourrions lâcher la masse d'une hauteur de 4 mètres et récupérer l'énergie en comprimant un ressort.

(a) Si la masse m n'est que de 25 kg, il fournira 2 fois moins de travail.
(b) Si la hauteur h n'est que de 2 m, il fournira 2 fois moins de travail.
(c) Si l'accélération de la pesanteur ou gravitation g était 6 fois plus petite (comme sur la Lune), la force de pesanteur serait 6 fois plus faible. Son travail serait donc 6 fois plus faible.

Dans ce cas, le travail est donc proportionnel à la masse, la hauteur et la gravitation. Nous le définirons donc comme le produit de ces 3 grandeurs. $E = m\ g\ h$. De manière générale :

| **1) Le travail est le produit de la force et du déplacement s'ils sont parallèles** |
|---|

Par la suite, nous ne ferons pas de distinction entre travail et énergie (l'énergie est du travail en réserve) et nous noterons cette grandeur par la lettre E. Nous voyons que cette énergie est le produit d'une force mg (de pesanteur) et d'une hauteur h. L'ouvrier a donc fourni une énergie de 500 N * 4 m = 2000 Nm ou 2000 J.

L'unité du travail est le **joule J** en mémoire de Joule (James Prescott) (1818 - 1889), physicien et industriel anglais qui détermina, à l'aide d'une expérience célèbre, l'équivalence entre la chaleur et le travail.

L'énergie est donc

| | |
|---|---|
| $E > 0$ | **positive** à la montée où la force est dans le **même sens** que le déplacement |
| $E < 0$ | **négative** à la descente où la force est dans le **sens opposé** au déplacement |

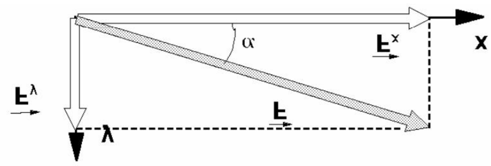
Exemple 2

L'ouvrier doit maintenant déplacer horizontalement cette masse de 25 kg sur 4 mètres. S'il dispose d'un très bon chariot, Il constate qu'il n'a aucune énergie à fournir. Nous constatons, de plus, que la force de pesanteur est perpendiculaire au déplacement horizontal. En conclusion :

| **2) Si la force est perpendiculaire au déplacement, l'énergie à fournir est nulle.** |
|---|

Exemple 3

Deux ânes tirent une péniche dans un canal à contre courant. Situés sur deux chemins de part et d'autre du canal, ils tirent les deux avec une force de grandeur F qui fait un angle $\alpha$ avec le sens du courant. Les forces de pesanteur et de soutien sont perpendiculaires au plan et n'entrent pas en compte. On peut décomposer la force F en deux composantes perpendiculaire $F_y$ et selon le sens du canal $F_x$ qui sont respectivement inactive et active.




Le travail effectué est 2 fois la composante de la force selon la direction du courant fois le déplacement : $E = 2\ F \times \cos\alpha$

Le travail ou l'énergie est donc le produit de la force et du déplacement parallèle :

$$\boxed{3)\ E = F_{parallèle}\ x = F\ x\ \cos\ \alpha}$$

L'unité de travail est le joule [J] qui vaut un newton fois un mètre.

$1\ J = 1\ N * 1\ m = 1\ kg\ m/s^2 * 1\ m = 1\ kg\ m^2/s^2$

## 1.4.2 Les différents types d'énergie

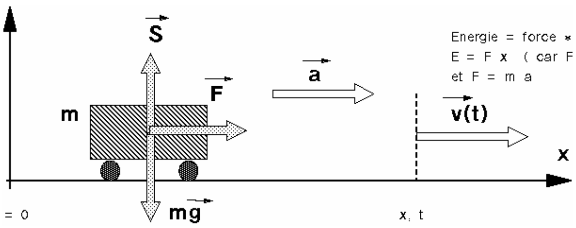
(1) Energie potentielle de la pesanteur

Dans le cas de l'ouvrier (exemple 1), l'énergie s'appelle énergie potentielle de la pesanteur $\boxed{E_{pp} = m\ g\ h}$

En effet, si la charge est à 4 mètres du sol, nous pouvons la laisser et utiliser son énergie au moment opportun; l'énergie est donc potentiellement utilisable.

(2) Energie cinétique

Essayons d'accélérer un chariot de masse m qui roule sans frottement sur un plan horizontal d'une vitesse nulle à une vitesse v. Le travail nécessaire à cette opération peut être calculé si l'on connaît la force d'accélération et la distance sur laquelle le chariot accélère. L'énergie qui sert à mettre en mouvement (vitesse v) un chariot de masse m est appelée **énergie cinétique** :

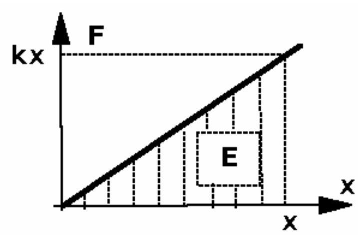



$x = v_{moy}\ t = ½vt$ et $t = v/a \Rightarrow x = ½\ v^2/a = v^2/(2a)$.

L'énergie vaut : $E = m\ a\ x = m\ a\ v^2/(2a) = ½\ m\ v^2$ $\boxed{E_c = ½\ m\ v^2}$

(3) Energie du ressort

Un ressort est donné par sa caractéristique F = kx. Si l'on veut le comprimer d'une distance x, la force va augmenter linéairement de 0 à kx. La valeur moyenne de la force vaudra ½kx et le travail sera le produit de la valeur moyenne de la force ½ kx et de la distance x. On l'appelle **énergie potentielle** du ressort car on peut comprimer le ressort et le détendre à n'importe quel instant :




Graphiquement, dans le diagramme force - distance, l'énergie (produit des deux) est la surface du triangle est ½ x (k x) soit le demi produit de la base et de la hauteur. $\boxed{E_{pr} = ½\ k\ x^2}$

(4) Chaleur = travail des frottements

La force de frottement s'oppose toujours au déplacement. Il faudra donc fournir une énergie $\boxed{Q = F_{fr}\ x}$ qui est **le travail de la force de frottement sur une distance x** et qui va se transformer en **chaleur**.

Pour vérifier ce fait, il suffit de frotter vigoureusement ses mains l'une contre l'autre et l'on constate qu'elles chauffent !

## 1.4.3 Loi de conservation de l'énergie

ou "premier principe"

On constate que l'énergie subit des modifications jusqu'à sa forme la plus dégradée : la chaleur. Lors de ses transformations :

| **Premier principe :** | **L'énergie est conservée.** |
|---|---|

Exemples :

(1) Imaginons un objet qui tombe sur un ressort puis rebondit. Son énergie potentielle gravifique se transforme en énergie cinétique puis en énergie potentielle du ressort ensuite en énergie cinétique, en énergie potentielle gravifique...

(2) Calculons la vitesse v d'arrivée au sol d'un homme qui saute d'une hauteur h de 1,5 mètres : L'énergie potentielle de la pesanteur va se transformer en énergie cinétique.

$$m\,g\,h = /\ m\,v^2 \Rightarrow v = (2gh)^{½} = 5{,}425 \text{ m/s} = 19{,}5 \text{ km/h}$$

(3) Calculons la compression x du ressort de constante 100'000 N/m lorsqu'on lâche un objet de 1 kg d'une hauteur de 1 mètre sur ce ressort : L'énergie potentielle de la pesanteur va se transformer en énergie potentielle du ressort :

$$m\,g\,h = ½\,k\,x^2 \Rightarrow x = (2mgh/k)^{½} = 0{,}014 \text{ m}$$

Ce calcul est valable si le ressort ne se déforme pas trop ($x \ll h$) ; autrement, il faudrait résoudre l'équation : $m\,g\,(h+x) = ½\,k\,x^2$

Dans certains cas, il faudra tenir compte de ces forces de frottement qui impliquent des pertes en chaleur.

Les calculs de vitesse par la méthode de l'énergie (exemple 2) se révèlent en général plus faciles que ceux faits par l'équation de Newton (ces derniers étant préférés pour trouver des accélérations).

## *1.4.4 Loi de dégradation de l'énergie*

*Ou "second principe"*

*Nous avons vu, avec les forces de frottement, qu'une partie de l'énergie est "perdue". Le deuxième principe dit que l'énergie se dégrade entre les différentes transformations, c'est-à-dire que l'on en "perd" toujours un peu, qui ne disparaît pas, mais* ***qui se transforme en chaleur inutilisable*** *(proche de la température ambiante).*

*On appelle* ***entropie*** *la mesure de la dégradation de l'énergie entre ses différentes transformations. A chaque transformation apparaît un peu plus de désordre que l'entropie permet de mesurer.*

| ***Second principe : L'énergie se dégrade au cours de ses transformations*** |
|---|

*Les transformations d'énergie sont faites dans la nature de manière à ce que l'entropie croisse toujours (donc le désordre augmente). Entropie = mesure du désordre -- L'entropie augmente*

*La mesure de l'entropie est inversement proportionnelle à la différence de température avec l'ambiance. Si l'entropie est faible (grande différence de température), la chaleur pourrait être utilisée dans une machine pour produire de l'énergie mécanique.*

*Par exemple, on fournit la même énergie pour chauffer un bain de 80 litres d'eau à 21°C et 1 litre d'eau à 100°C dans une ambiance à 20°C. Le bain est quasiment inutilisable (grande entropie)* *contrairement à l'eau bouillante (plus faible entropie) que l'on peut utiliser pour faire un café ou diluer pour obtenir de l'eau à différentes températures entre 20 et 100°C.*

*La chaleur que l'on "perd" dans une transformation d'énergie est une agitation désordonnée des molécules ou des atomes. Nous avons donc une énergie cinétique désordonnée de ces particules appelée quelquefois* ***énergie cinétique entropique****.*

*Par exemple, si l'on jette une bombe sur un chalet, il va se transformer en un tas de bois, de fer, de briques et de ciment. Mais si l'on jette à nouveau une bombe de même taille sur ce même tas, on a extrêmement peu de chance de le voir se transformer en un chalet !*

*La loi de l'entropie peut s'énoncer sous la forme simplifiée de la* ***"loi de la tartine"*** *:*
*"Une tartine tombe toujours par terre du côté de la confiture."*

*Ou de la "****loi de Murphy****" : "S'il y a dans une machine une partie qui est susceptible de ne pas fonctionner, il n'y a aucune raison que la machine fonctionne."*

*Les transformations d'énergie se font donc toujours avec des pertes qui augmentent le désordre et, depuis le Big Bang (année 0 de notre Univers), l'entropie croît sans arrêt dans l'Univers.*

*Le second principe indique qu'il y a toujours des pertes et exclut donc le mouvement perpétuel (illustration de M.C. Escher en face). Dans le mouvement perpétuel, l'énergie est indéfiniment transformée sans être dégradée en chaleur. Il est donc contraire aux lois de la Nature.*

*Nous serions tentés de dire qu'il y a une exception au deuxième principe : la Vie, appelée très scientifiquement "néguentropie" car elle correspond à un ordre "quasiment parfait". La réponse à cette question est que si l'on regarde à côté de l'endroit où la vie apparaît, on verra tout le désordre que l'on a négligé. Regardons simplement notre production de déchets de toutes sortes !*

*Toute consommation d'énergie entraîne des pertes et la création de désordre.*

*L'exemple suivant montre comment ce désordre augmente* :

*Un bateau fit naufrage en vue d'une terre qui n'était portée sur aucune carte. Les naufragés parvirent alors à aborder près de l'embouchure d'un petit fleuve arrosant une vallée incroyablement fertile, entourée de hautes montagnes. Comme il y avait une foule de plantes et d'animaux, les naufragés réussirent facilement à se procurer de la nourriture ; ils vécurent heureux dans cette vallée.*
*Or, au bout d'un certain temps, les plantes et les animaux disparurent mystérieusement. Par ailleurs, les naufragés, hommes et femmes, avaient eu des enfants qui constituaient des bouches supplémentaires à nourrir. Il fallut instaurer le rationnement, puis la famine s'installa, les plus faibles moururent.*
*Un jour, un jeune naufragé, particulièrement habile, réussit à trouver une voie permettant l'escalade d'un passage à travers une chaîne de montagnes : il découvrit qu'il existait une autre vallée au-delà de ce passage... Il revint en secret prévenir les membres de sa famille et organiser leur passage dans la nouvelle vallée. Là, ils vécurent dans l'abondance, ils eurent de nombreux enfants, ils oublièrent la famine. Comme ils étaient devenus forts et vigoureux, il leur arriva de revenir dans la première vallée. Ceux qu'ils avaient laissés derrière eux s'étaient tellement affaiblis qu'ils ne parvenaient même plus à se procurer un peu de nourriture. Comme ils n'étaient pas davantage transportables, les habitants de la seconde vallée abandonnèrent ceux de la première vallée à leur mort.*
*Au bout de quelques temps, les ressources de la seconde vallée avaient tellement baissé qu'elles ne suffisaient plus à nourrir toute la population. Après toutes sortes de péripéties, un des habitants de la seconde vallée réussit à trouver un passage vers une troisième vallée où il transporta sa famille. La même histoire se répéta dans cette troisième vallée, puis dans une quatrième, une cinquième, etc. Il n'y avait qu'une seule différence de vallée en vallée : le passage de l'une à l'autre devenait de plus en plus difficile à chaque fois parce que les montagnes étaient de plus en plus abruptes ; chaque vallée était épuisée un peu plus*

*vite que la précédente parce que le groupe s'accroissait continuellement.*
*Il n'est pas possible de raconter toutes les aventures vécues par le groupe de naufragés. Parfois, ils se crurent condamnés à demeurer dans une vallée tout en y périssant de faim ; il y eu des combats pour s'approprier le peu de nourriture qui restait ; il y eut des morts. Pour tenter de conjurer la malédiction dont ils étaient victimes, les naufragés se livrèrent à toute sorte de rites et de superstitions. Les plus forts asservirent les plus faibles qui n'eurent plus droit qu'à une ration de famine. On fit des efforts inouïs pour exploiter toutes les ressources de chaque vallée. Tous ces palliatifs ne conjurèrent pas la malédiction initiale : de vallée en vallée, les naufragés se traînèrent jusqu'à une vallée entourée de montagnes tellement hautes qu'ils eurent les plus grandes peines à les franchir. Lorsqu'ils y parvinrent enfin, de l'autre côté de la chaîne de montagne, les explorateurs découvrirent qu'ils étaient revenus dans la toute première vallée, celle où les premiers naufragés avait abordé, transformée maintenant en un désert.*
*Quand ils revinrent annoncer cette nouvelle aux autres, un grand silence se fit car ils avaient tous compris ce que certains suspectaient en secret : Ils avaient abordé sur une île ; ils étaient condamnés à périr tous d'inanition.*
*(Tiré du "huitième jour de la création" de J. Neirynck)*

### 1.4.5 Résumé des différents types d'énergie et principes

Energie = travail en réserve = force parallèle * distance

**Energie potentielle**

C'est une énergie en réserve qui peut être dissipée à un moment ou à un autre.

... de la pesanteur $E_{pp}$

$$\boxed{E_{pp} = mgh}$$

Tout simplement la force de pesanteur multipliée par la hauteur car elles sont parallèles. Valable dans un endroit où l'accélération de la pesanteur g est constante. Sinon, il faut utiliser...

... du ressort $E_{pr}$

$$\boxed{E_{pr} = \frac{1}{2} kx^2}$$

La force du ressort varie de 0 à kx lorsqu'on l'allonge d'une longueur x. la force moyenne vaut kx/2. L'énergie est le produit de la force moyenne et de l'allongement x.

**Energie cinétique**

C'est l'énergie du mouvement. On la trouve en multipliant la force d'accélération ma = mv/t par la distance d = $v_{moy}$ t = vt/2.

... d'un corps en mouvement $E_c$

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} mv^2}$$

proportionnelle à la masse et au carré de la vitesse.

... entropique (ou désordonnée)
Chaleur Q

$$\boxed{Q = \Sigma \frac{1}{2} m_i v_i^2 = F_{fr}\, d}$$

La chaleur résulte de l'agitation des molécules. Il n'y a pas de mouvement apparent. On la calcule microscopiquement par la somme des énergies cinétiques des molécules ou macroscopiquement par le produit de la force de frottement $F_{fr}$ et du déplacement d (parallèle).

1) Principe de conservation de l'énergie :

$$\boxed{E_1 = E_2}$$

# Exercices sur l'énergie

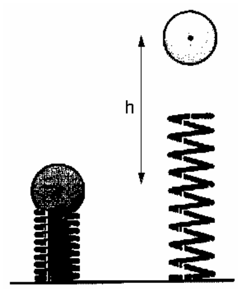
1) Un enfant tire un. jouet au moyen d'une ficelle. La force de traction F qu'il exerce forme un angle de 35° avec le déplacement du jouet et son intensité est égale à 2,5 N. Quel est le travail effectué par l'enfant pour un déplacement de 300 m du jouet ?

2) Une automobile et ses occupants ont une masse de 1,2 tonnes. Le conducteur de cette automobile freine brusquement alors qu'il roule à environ 120 km/h. Les roues se bloquent et glissent sur la route. L'intensité de la force de frottement est égale à 55% de celle de la pesanteur de la voiture. Cette dernière s'arrête après 100 mètres. Quelle quantité de chaleur Q est produite lors de ce freinage ?

3) Un satellite se déplace sur une orbite circulaire. Quel est le travail, durant une révolution, de la force d'attraction de l'astre principal ?

4) Le travail nécessaire à soulever une pierre de 2 kg d'une hauteur de 1 mètre est-il le même sur la Terre et sur la Lune (g/6) ? Calculer la ou les valeurs.

5) Une pierre de 500 g glisse à vitesse constante le long d'une planche de longueur L = 1 m formant un angle de 40° avec l'horizontale.
   a) Quelle est la variation d'énergie potentielle de la pierre et en quoi se transforme-t-elle ?
   b) Quelle est l'intensité de la force de frottement s'exerçant sur cette pierre ?




6) Une masse m de 100 grammes tombe d'une hauteur h = 1 m sur un ressort de constante $k = 2 * 10^4$ N/m.
Calculer la longueur x de compression du ressort (pour les calculs, supposer que x << h et négliger les frottements).

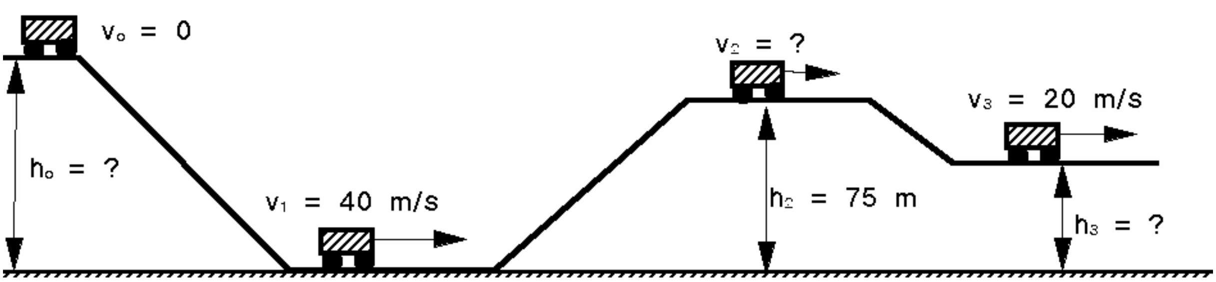
7) Un objet tombe d'un hélicoptère dont l'altitude est de 200 m. Que vaut sa vitesse lorsqu'il atteint le sol. On négligera la résistance de l'air et étudiera les deux situations suivantes :
   a) l'hélicoptère est immobile,
   b) l'hélicoptère se déplace horizontalement à la vitesse de 180 km/h.

8) Un projectile est lancé obliquement depuis la surface de la Terre, avec une vitesse de 10 m/s. Au sommet de sa trajectoire sa vitesse a vaut 5 m/s. Calculer l'altitude de ce point.

9) Lors d'une rencontre internationale d'athlétisme, le 100 m plat est généralement parcouru en 10 s. Admettons que l'on ne connaisse pas ou que l'on ait oublié la hauteur généralement atteinte par les sauteurs à la perche. Peut-on l'estimer en première approximation grâce à un calcul d'énergie ?

10) Un marteau-pilon de 500 kg est soulevé à 3 m au-dessus du sol. En tombant, il enfonce un pieu de 5 cm dans le sol. Quelle est la force, supposée constante, résistant à la pénétration du pieu dans le sol ?

11) Un wagonnet est lâché, avec une vitesse initiale nulle, depuis le premier sommet d'une succession de collines (voir figure). On néglige les frottements. Trouver les indications manquantes dans la figure.



## 1.4.6 Puissance et rendement

Nous pouvons faire une analogie entre l'eau et l'énergie :

| La puissance est donc un débit d'énergie $P = E / t$. |
|---|

Elle se mesure en joules par seconde ou en **watt [W]** en souvenir de James Watt (1736 - 1819), ingénieur et mécanicien écossais qui a apporté des perfectionnements décisifs à la machine à vapeur, en l'équipant notamment d'un condenseur (1765), puis qui a inventé le régulateur à boules (régulateur de Watt) et le chauffage à la vapeur.

Mais ATTENTION un kilowattheure **kWh** est une unité d'énergie car il correspond à 1000 watt * 3600 secondes ou une puissance multipliée par un temps donc une énergie de 3'600'000 joules.

| Puissance = énergie / temps (E/t) = force * distance / temps = force * vitesse (F v) |
|---|

*Le cheval-vapeur CV est une unité de puissance basée sur le principe qu'un cheval peut transporter un homme de 75 kg en montant en moyenne de 1 mètre par seconde.*

$$P(1CV) = m \cdot g \cdot v = 736\ W$$

Le **rendement** $\eta$ est un rapport de puissances ou d'énergies toujours strictement inférieures à 1. Il est défini comme le rapport de la puissance utilisée à la sortie de la machine par celle qui y est consommée. Pour le calculer, il faut faire un bilan de puissance ou d'énergie :

Puissance consommée $P_1$ = Puissance utilisée à la sortie $P_2$ + pertes $P_Q$
Ou Energie consommée $E_1$ = Energie utilisée à la sortie $E_2$ + pertes Q[1]

Et on définira le rendement $\eta$ comme :

| $\eta$ = Puissance utilisée à la sortie / Puissance consommée ou<br>$\eta$ = Energie utilisée à la sortie / Energie consommée |
|---|

Rendements de quelques machines :

| | |
|---|---|
| - Moteur de voiture : | 10-25% |
| - Centrale thermique : | 30-35% |
| - Centrale hydraulique : | 80-85% |
| - Moteur électrique : | 50-99% |
| - Transformateur électrique : | 90-99,9% |

*Pour une machine qui transforme de la chaleur en énergie mécanique ou machine thermodynamique (moteur, turbine à vapeur...), le rendement maximum est le* ***rendement de Carnot*** $\eta$ *(les températures doivent être exprimées en degrés Kelvin) :*

$$\eta = 1 - (T_{\text{source froide}} / T_{\text{source chaude}})$$

*La source chaude a la température de la vapeur et la source froide a la température du fluide de refroidissement*

[1] et il est impossible que les pertes soient nulles !

# EXERCICES SUR LA PUISSANCE

1) Un homme de 60 kg monte des escaliers. Il met 20 s pour s'élever de 14 m. Calculer la puissance qu'il développe.

2) Un téléski, long de 2 km, installé sur une pente de 30°, transporte 500 skieurs par heure. Quelle est la puissance fournie par le moteur si la masse des skieurs est en moyenne de 70 kg et si le fartage des skis est excellent ?

3) Une lampe de 40 W reste allumée pendant 10 h. Quel est le coût de l'énergie consommée si le kWh revient 20 centimes ?

4) Un sportif de 75 kg exécute 20 appuis faciaux en 1 minute. Calculer la puissance moyenne de ses muscles en admettant que le centre de gravité de cette personne est situé aux 2/3 de la distance séparant les pieds des épaules et qu'à chaque exercice, les épaules se déplacent verticalement de 30 cm.

5) Un élève de 50 kg grimpe à la perche. Il monte de 3 m en 5 secondes. Quelle est sa puissance moyenne lors de cet exercice ?

6) Quand on compare divers sports, on oppose souvent l'endurance à la puissance. Parmi les sports suivants, lesquels exigent plutôt une grande endurance et lesquels demandent plutôt une grande puissance ? * course de 100 mètres * saut en hauteur * marathon * natation * lancer du poids * tir * cyclisme * ski de fond.

7) Une automotrice de montagne parcourt un chemin montant dont la longueur est de 15 km et la pente moyenne de 5%. La masse de l'automotrice est de 20 tonnes. Si le kWh revient 12 centimes, quel est le prix de revient d'une montée ? Le rendement global est de 6%.

## Corrigé des exercices sur l'énergie p. M 25

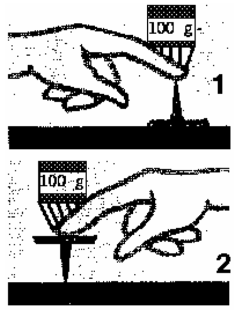
1) $W = F\ d \cos\alpha = 614{,}36$ J.
2) $W = ½\ m\ v^2 = 0{,}55\ m\ g\ d = 0{,}66$ MJ.
3) F perp. $\Delta x \Rightarrow \Delta W = 0 \Rightarrow W = L\Delta W = 0$ J.
4) $gT = 6\ gL \Rightarrow W_T = 6W_L = m\ g_T\ h = 6\ m\ g_L\ h$.
5) a) $W = mgL\sin\alpha = 3.214$ J $= W_p$ ; b) $F_{fr} = mg\sin\alpha = 3{,}214$ N
6) $½kx^2 = mgh \Rightarrow x^2 = 2mgh/k \Rightarrow x = 1$ cm pour $h = 1$ m ($W = 1$ J).
7) a) $v = (2gh)^{½} = 63{,}2$ m/s ; b) $v' = (v_o^2+2gh)^{½} = 80{,}62$ m/s.
8) $h = (v_o^2-v_s^2)/2g = 3{,}75$ m.
9) $v = 10$ m/s ; $½\ mv^2 = mgh \Rightarrow h = v^2/(2g) = 5$ m.
10) $mgh = Fd \Rightarrow F = mgh/d = 300'000$ N.
11) $h_o = v_1^2/(2g) = 80$ m ; $v^2 = (v_1^2-2gh^2)^{½} = 10$ m/s ; $h_3 = (v_1^2-v_3^2)/(2g) = 60$ m.

## Corrigé des exercices sur la puissance p. M 27 (avec $g = 10$ m/s$^2$)

1) $P = mgh/t = 420$ W si l'on néglige les frottements.
2) $P = M_{500}gh/t = 500\ m\ g\ L \sin 30° / t = 97{,}22$ kW si $F_{fr} = 0$.
3) $E = P\ t = 0{,}04$ kW 10 h $= 0{,}4$ kWh ; prix = 8 cts.
4) $P = E/t = N\ (2/3)\ mgh / t = 50$ W
5) $P = mgh/t = 300$ W.
6) Puissance : course 100 m, saut, lancer du poids.
7) $W = mgh/h = 2500$ MJ = (avec 3,6 MJ/kWh) = 694 kWh => prix de 83,2 Frs.

# 1.5 STATIQUE DE FLUIDES (PRESSION)

## 1.5.0 Expérience d'introduction




Prenons une punaise et un poids de 100 grammes. Dans un premier cas, nous mettons la punaise pointée contre le doigt qui se trouve sous le poids ; nous ressentons une vive douleur due à la pression de la pointe sur la peau. Dans le deuxième cas, la tête de la punaise est appuyée sur notre doigt avec le poids qui appuie sur le doigt sur le doigt ; nous ne sentons pas grand chose car la pression est moindre. La force de pesanteur est pourtant la même dans les deux cas (~ 1 N) mais ses effets sont différents ! Il faudra donc introduire une nouvelle grandeur physique que nous appellerons la pression, qui dépendra de la force et de la surface. Pour une même force, plus la surface est petite, plus la pression sera grande.

Exemples :

* Un couteau qui coupe bien est capable d'exercer une grande pression pour une force faible. En l'aiguisant, on réduit sa surface et on augmente donc la pression.
* Pour se déplacer sur la neige sans trop enfoncer, il faut réduire la pression en augmentant la surface de contact. On utilisera donc des skis ou des raquettes pour se déplacer dans des endroits très enneigés.
* Un clou est fait pour être enfoncé dans un certain sens où la pression est maximale avec une force donnée. Pour s'en convaincre, il suffit de vouloir l'enfoncer à l'envers.

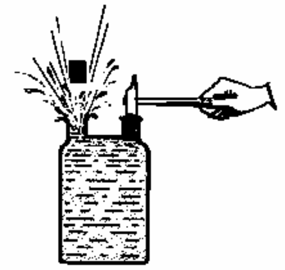
## 1.5.1 Définition de la pression

La pression est une force appliquée par unité de surface. La force F est appliquée perpendiculairement à la surface S. Elle se mesure en newton par mètre carré [$N/m^2$] et l'unité de pression est le pascal [Pa] $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$.

## 1.5.2 Le principe de Pascal

On peut constater que la surface libre d'un liquide est horizontale, on peut le vérifier avec un fil à plomb et une équerre. Si la surface du liquide prend des dimensions considérables comme les mers ou les océans, elle suit la sphéricité de la Terre.

Une deuxième constatation est que les liquides sont quasiment incompressibles. Pour s'en convaincre, il suffit d'essayer d'enfoncer un bouchon de liège dans une bouteille pleine d'eau ; l'opération s'avère quasiment impossible.

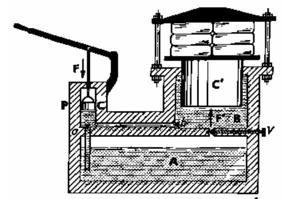


L'expérience du schéma ci-contre montre que, s'il n'y a pas d'air dans le récipient, la pression du marteau est parfaitement transmise d'un bouchon à l'autre par le liquide.

**Principe de Pascal : dans un volume restreint, la pression dans un fluide est la même en chacun de ses points. Elle est aussi indépendante de la direction.**

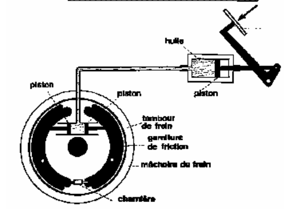
**Applications du principe de Pascal**

La presse hydraulique se compose de deux pistons : un petit C et un gros C'. Si l'on soulève le piston C, la soupape a s'ouvre et la b se ferme ; ce qui permet de pomper du liquide dans le petit cylindre. Lorsque l'on abaisse le piston C, le mouvement des soupapes est inversé et la pression se transmet jusqu'au cylindre C'. Cette dernière étant conservée par le principe de Pascal, la force F' sera plus grande que la force F.



F/S = F'/S' => F'/F = S'/S

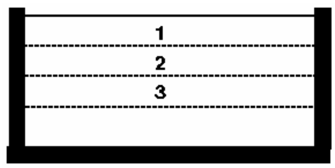
On arrive facilement à un rapport de forces de 1000 ; mais, dans ce cas, il est clair qu'il faudra beaucoup pomper avec le petit cylindre.



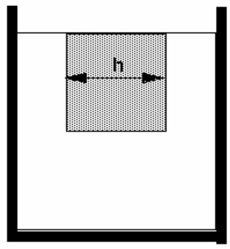

Un frein de voiture comporte un système hydraulique qui transmet la pression entre deux pistons. La différence de surface des deux pistons permet de multiplier la force sur les mâchoires de frein.

## 1.4.3 La pression hydrostatique

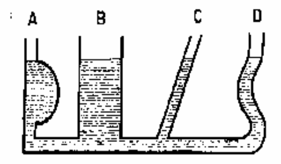
On peut diviser par la pensée un liquide en plusieurs couches superposées. La couche supérieure 1 ne subit que la pression atmosphérique, la couche 2 subit la pression de la couche 1 plus la pression atmosphérique, la couche 3 subit les pressions des couches 1 et 2 ainsi que la pression atmosphérique et ainsi de suite...




La variation de la pression hydrostatique dépend donc de la profondeur et, d'après le principe de Pascal, elle ne doit pas dépendre de la direction ; elle s'exerce aussi bien sur les parois qu'à l'intérieur de la masse liquide.




On peut calculer la pression hydrostatique en prenant par la pensée un cube d'eau de côté h immergé dans le liquide et dont la face supérieure correspond avec la surface libre du liquide. Sa masse est de $\rho\, h^2 h$ (si $\rho$ est la masse volumique du liquide) ; sa force de pesanteur mg est donc de $\rho\, h^2 h\, g$. La pression que le cube exerce à sa base est $mg/S = \rho\, h^2 h\, g / h^2$ donc de $\rho\, g\, h$.
On ne tient pas compte de la pression atmosphérique qui s'applique sur tous les corps.

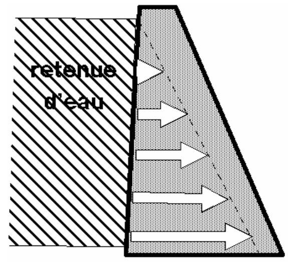



$$\boxed{p = \rho\, g\, h}$$

Application : Les **vases communicants** sont des récipients de formes différentes reliés par leurs parties inférieures. Quelle que soit la forme des récipients, le niveau du liquide doit être le même dans tous les récipients puisque la pression (atmosphérique) est la même à la surface libre des liquides.
L'indicateur de niveau d'une citerne utilise le principe des vases communicants.

Avec la distribution d'eau, il faut avoir un réservoir qui se trouve plus haut que le consommateur pour que ce dernier ait un peu de pression dans ses conduites. La pression dépend de la différence de hauteur entre la surface libre du réservoir et la sienne.

Dans les grandes villes, on met un réservoir d'eau au sommet des buildings et on y pompe de l'eau. Dans les campagnes plates, on construit des châteaux d'eau où le bas du réservoir se trouve à une dizaine de mètres du sol ; il faudra aussi pomper l'eau dans ces réservoirs.




Le **barrage poids** a une forme trapézoïdale car la pression hydrostatique au fond du barrage est très forte. Il faut donc beaucoup de poids au béton pour y résister.

On peut facilement calculer que si l'on descend de 10 mètres sous l'eau, on subit une atmosphère ($10^5$ pascals) de plus que la pression normale. Les sous-marins qui s'immergent profondément doivent résister à une pression très élevée.
Dans les bathyscaphes qui descendent à plusieurs milliers de mètres sous la surface des océans, les occupants sont dans une sphère, seule forme capable de résister à de pareilles pressions sans se briser.

## Exercices pression hydrostatique

1) La surface de l'eau contenue dans une baignoire est située à 30 cm au-dessus de son bouchon de vidange. La masse de ce dernier est de 50 g et son diamètre mesure 40 mm. Quelle est l'intensité de la force qu'il faut exercer pour retirer le bouchon ? On suppose que le frottement du bouchon est négligeable.

2) On réalise une perfusion sanguine dans le bras d'un malade. La pression du sang dans la veine surpasse de 15 kPa la pression atmosphérique.
Quelle doit être la dénivellation minimale entre le bras et le flacon pour que le sang s'écoule du flacon dans la veine ? (la masse volumique du sang est égale à 1060 kg $m^{-3}$.)

3) Une turbine hydraulique est alimentée à partir d'un bassin d'accumulation par une conduite forcée. Le niveau de l'eau dans le bassin est à une hauteur h au-dessus de la turbine. Montrer que, si l'on ne tient pas compte des frottements, la puissance P théoriquement disponible à la turbine est donnée par la relation :
$$P = p\, Q_V$$
P : puissance en [W] ; p : pression en [Pa] ; $Q_V$ : débit volumique en [$m^3$/s]

4) La pression atmosphérique à la surface d'un lac est égale à 960 mbar. A quelle profondeur sous le niveau de l'eau la pression absolue est-elle de 3,66 bars ? (1 bar = $10^5$ Pa)

5) Une des parois verticales d'un aquarium rempli d'eau mesure 40 cm de hauteur sur 90 cm de longueur. Quelle est l'intensité de la force résultante exercée par l'eau sur cette paroi ?

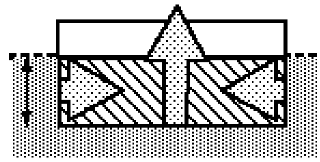
6) Le barrage de la Grande Dixence (300 m) retient 400 millions de tonnes d'eau. Celui de l'Hongrin (100 m) en retient huit fois moins. Peut-on en déduire que la poussée exercée par l'eau sur le barrage de la Grande Dixence est huit fois supérieure à celle que subit le barrage de l'Hongrin ?

7) Le château d'eau d'un réseau de distribution d'eau potable se trouve à une altitude de 500 m, et les robinets A à 450 m, B à 475 m et C à 460 m se trouvent dans un immeuble. Quelles sont les pressions, dues à l'eau uniquement, en A, B et C quand tous les robinets sont fermés ?

## 1.5.4 Principe d'Archimède

Tout corps plongé dans un fluide subit une poussée dirigée de bas en haut. Cette force est égale à la force de pesanteur due à la masse de fluide que le corps déplace.

Essayons de le montrer par un cas simple : un radeau qui flotte sur l'eau a une surface S et une hauteur immergée h




* La pression sur le fond vaut $\rho$ g h.
* La pression sur le haut est nulle (on ne tient pas compte de la pression atmosphérique).
* Les pressions sur les côtés de hauteur h se compensent 2 à 2.

La force d'Archimède vaudra donc :

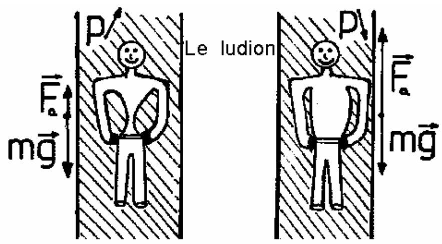
$$\boxed{F_A = \rho\, g\, V}$$

La différence de pression donne lieu à une force $\rho$ g h S = $\rho$ g V qui correspond en effet à la force de pesanteur due à la masse de fluide qu'il déplace.

On parle souvent de la densité d'un corps. Elle est définie par le rapport de la masse volumique du corps à celle de l'eau. La densité de l'eau vaut donc 1 et celle du mercure 13,6. Pour qu'un corps reste à la surface de l'eau, il faut que sa poussée d'Archimède équilibre sa force de pesanteur. A la limite, si le corps est totalement immergé, les volumes immergé et total sont égaux ; comme les forces sont égales, les masses volumiques donc les densités sont égales. Pour qu'un corps flottant ait une partie émergée, il faut que sa densité soit inférieure à celle de l'eau.

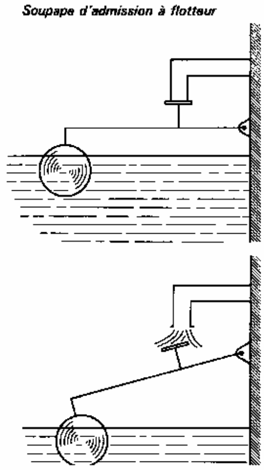
### Applications du principe d'Archimède

Elles sont multiples et bien connues de tous les marins. Un corps flotte sur l'eau car la poussée d'Archimède égale sa force de pesanteur.




Le ludion est un petit bonhomme qui est à la limite de la flottaison. Il se trouve dans un tube rempli avec un fluide muni d'un bouchon. Le liquide ne peut pas se comprimer mais le ludion est construit de telle manière qu'il puisse être compressible. Si l'on pousse sur le bouchon, la pression se transmet dans le liquide, le volume du ludion diminue et la poussée d'Archimède n'est plus suffisante pour que le ludion flotte ; il va donc descendre. Lorsque le ludion est en bas, on relâche le bouchon, le volume du ludion augmente, sa poussée d'Archimède devient supérieure à sa force de pesanteur et le ludion remonte.

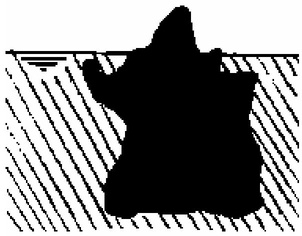
*Soupape d'admission à flotteur*



Le flotteur d'un réservoir d'eau a une soupape sur son bras ; un levier est soulevé par une boule en sagex® qui flotte à la surface de l'eau. Celle-ci va fermer la vanne lorsque le réservoir est plein.

Un iceberg flotte sur l'eau car la masse volumique de la glace est plus faible que celle de l'eau de mer.
S'il était complètement immergé, la poussée d'Archimède, supérieure à sa force de pesanteur, le ferait remonter. Pour qu'il y ait équilibre,

les deux forces doivent être égales, ce qui donne pour un iceberg de volume V (masses volumiques : de l'eau salée 1020 kg/$m^3$ et de la glace 917 kg/$m^3$)



On arrive bien au résultat connu qui dit que 90% du volume de l'iceberg sont immergés (à montrer à l'exercice 4). Des catastrophes navales sont possibles selon sa forme.

## Exercices Archimède

1) Un glaçon flotte à la surface de l'eau contenue dans un verre complètement rempli. Le glaçon fond. Que se passe-t-il ?

2) La masse d'un cargo est égale à 5780 tonnes. Quel est le volume de sa partie immergée :
   a) dans de l'eau de mer de masse volumique égale à 1030 kg $m^{-3}$ ?
   b) dans de l'eau douce de masse volumique égale à 1000 kg $m^{-3}$ ?

3) Expliquer pourquoi un gilet de sauvetage supportant une charge de 8 kg suffit à maintenir un naufragé avec la tête hors de l'eau.

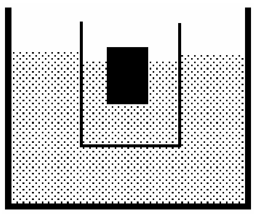
4) Les icebergs sont des glaces flottantes provenant des glaciers dont les vallées débouchent sur la mer. Quel est le rapport du volume de la partie immergée d'un iceberg à son volume total : $r = V_{im}/V$ si l'on admet que la masse volumique de l'eau de mer est égale à 1020 kg $m^{-3}$ et celle de la glace à 917 kg $m^{-3}$.

5) Le dirigeable Graf Zeppelin était un dirigeable gonflé à l'hydrogène. Sa longueur mesurait 237 m et son diamètre 30,5 m. Son volume total de 105'000 $m^3$ se répartissait entre 75'000 $m^3$ d'hydrogène ($\rho_H$ = 0.09 kg/$m^3$) et 30'000 $m^3$ de blaugaz[2] servant de carburant à ses moteurs. La masse totale de sa carcasse, de ses nacelles et de ses moteurs était égale à 55 tonnes. Il était équipé de cinq moteurs de 390 kW qui le propulsaient à la vitesse maximale de 130 km/h.
   Quelle était la charge en tonnes que ce dirigeable pouvait emporter dans de l'air aux conditions normales ($\rho_{air}$ = 1,293 kg/$m^3$) ? Attention aux données inutiles !

6) Un ballon est gonflé avec de l'hydrogène. Son volume est de 850 $m^3$. L'intensité de la pesanteur totale de l'enveloppe, de la nacelle, du lest et des passagers est égale à 9010 N.
   La masse volumique de l'hydrogène qu'il contient est égale à 0,096 kg $m^{-3}$ et celle de l'air dans lequel il s'élève à 1,15 kg $m^{-3}$.
   Quelle est la masse minimale de lest qu'il faut jeter pour que ce ballon décolle ?

7) Peut-on imaginer que des aérostiers pratiquent leur sport sur la Lune ?

8) Un petit récipient dans lequel est déposé un morceau de bois flotte à la surface de l'eau contenue dans un vase. On retire le morceau de bois du récipient puis on le laisse flotter à la surface de l'eau.
   Le niveau de l'eau dans le vase est-il monté, descendu ou resté le même ?



[2] (le blaugaz était un combustible de même masse volumique que l'air ; il remplissait plusieurs ballonnets dans le dirigeable ; lors de sa consommation, la diminution de volume de ces ballonnets était compensée par l'entrée dans la carcasse d'un même volume d'air ; la masse totale du dirigeable restait ainsi la même.)

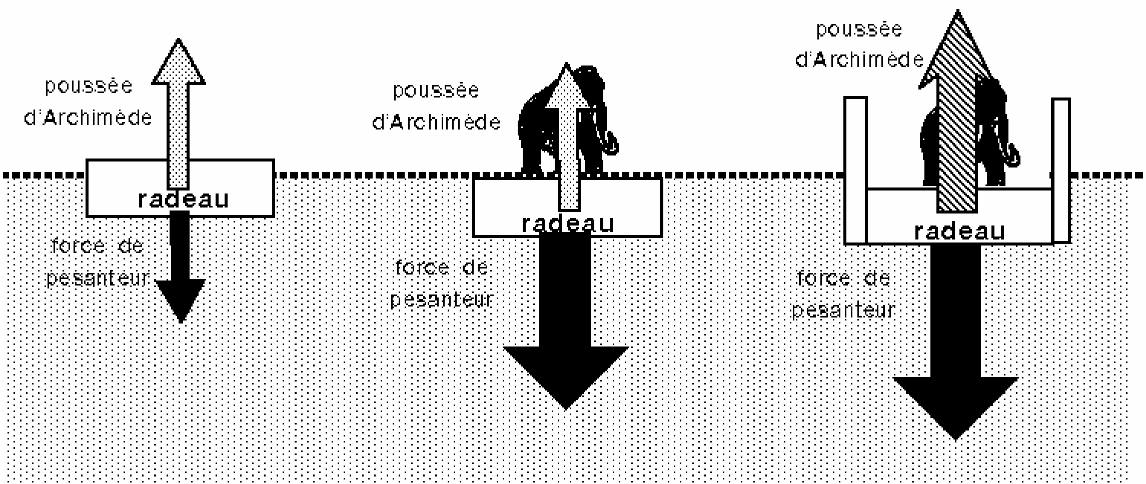
# Corrigé des exercices sur la pression

## a) Pression hydrostatique p. M 30

1) Pression : $p = \rho g h = 3$ kPa ; Force : $F = pS + mg = 4.2$ N.
2) $h = (p-p_{atm})/(\rho g) = 1.443$ m.
3) $P = E / t = F * v = pS * Q_v/S = p * Q_v$.
4) $h = \Delta p/(\rho g)) = (366000-96000)/(998*9,81) = 27.58$ m.
5) pression moyenne sur la paroi : $p = \rho gh/2 = 2000$ Pa ; $F = p_{moy} S = 720$ N.
6) Non, la pression ne dépend que de la hauteur d'eau (3 fois plus élevée sur le barrage de la Grande Dixence qu'à l'Hongrin) et la force de l'eau sur le barrage est de $p_{moy}$ S.
7) $h_A = 50$ m => $p_A = 5$ atm ; $h_B = 25$ m => $p_B = 2.5$ atm et $h_C = 40$ m => $p_C = 4$ atm.

## b) Force d'Archimède p. M 32

1) La masse ne change pas donc les forces ne changent pas. La force d'Archimède donc le volume immergé ne change pas. L'eau ne déborde donc pas.
2) $F_A = mg = \rho gV \Rightarrow V = m/\rho$ a) 5610 m$^3$ ; b) 5780 m$^3$.
3) La personne flotte presque sans gilet car sa masse volumique est presque égale à celle de l'eau.
4) 920Vg = 1020xVg => x = 920/1020 = 90%.
5) 35,2 t
6) $F_A = mg \Rightarrow \rho_{air}Vg = \rho_H Vg + mg - m_l g \Rightarrow m_l = -(\rho_{air}-\rho_H)V+m = -(1,15-0,096)850 + 9010/9,81 = 22.6$ kg. (5.1 kg avec g = 10 N/kg)
7) Non, car il n'y a pas d'atmosphère donc pas de force d'Archimède.
8) Le même. (Même raisonnement que pour l'exercice 1)




| **LE RADEAU FLOTTE** | **LE RADEAU COULE** | **LE RADEAU FLOTTE** |
|---|---|---|
| La force de flottabilité créée par la poussée de l'eau est égale au poids du radeau. | La force de pesanteur du radeau et du mammouth est supérieure à la force de flottabilité : la quantité d'eau déplacée n'est pas suffisante. | Le radeau flotte parce qu'il déplace plus d'eau que le radeau: la poussée est suffisante pour supporter le poids du bateau plus celui du mammouth. |

# Les 8 (9) planètes du Système solaire

Le Système solaire comprend, dans l'état actuel de nos connaissances, 8 (9) planètes principales. On les divise en deux groupes :

- Les **planètes telluriques** ou internes (Mercure, Vénus, la Terre et Mars), relativement petites et proches du Soleil, essentiellement composées de roches et de fer.
- Les **planètes gazeuses**, géantes ou externes (Jupiter, Saturne, Uranus, Neptune), beaucoup plus grandes, et principalement constituées d'hydrogène, d'hélium et de glace.

Pluton s'apparente aux géantes par sa densité. Sa petite taille est des deux tiers de celle de la Lune, son orbite inclinée est très excentrique.

En août 2006, l'Union Internationale Astronomique a déclassé Pluton de la catégorie des planètes pour la considérer comme un objet transneptunien à cause de sa faible taille. (En quelque sorte, un astéroïde, le plus grand et le plus lointain connu.)

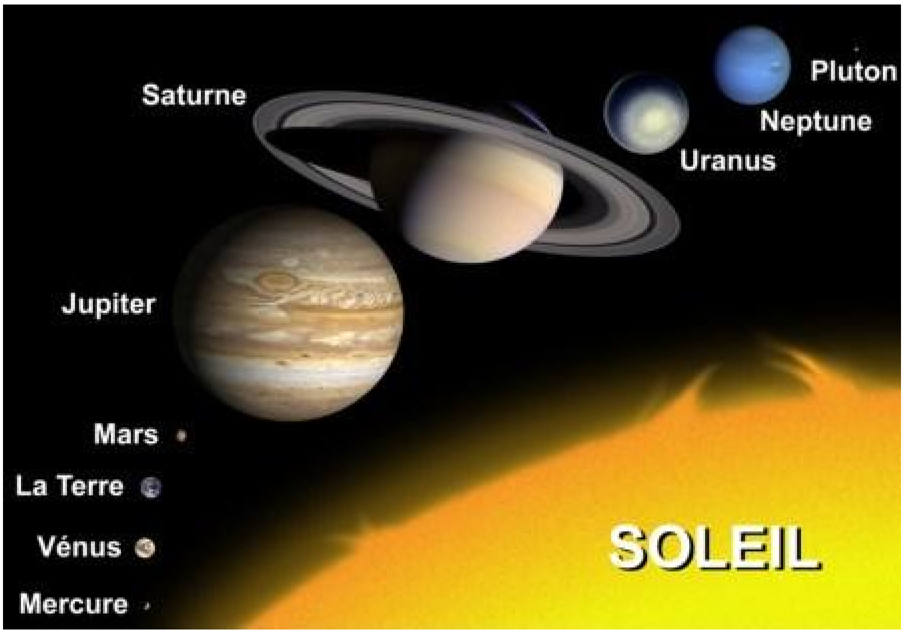



Illustration tirée de http://www.palais-univers.org/Palais/FO/Info/comm/lgt1.jpg le 8-10-2008.

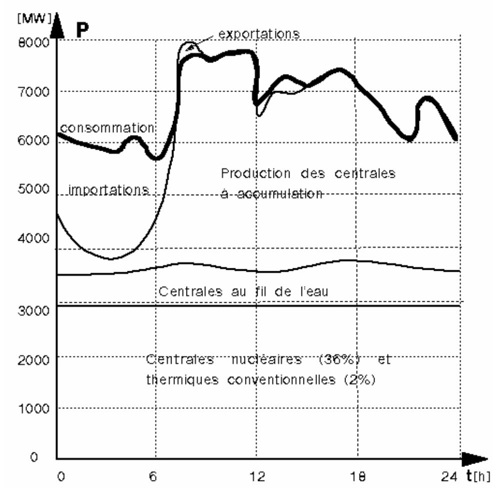
On trouvera d'autres informations et illustrations sur la toile par exemple dans les sites suivants :

.

http://www.neufplanetes.org/
http://astronomy.ifrance.com/pages/planetes/planetes.html

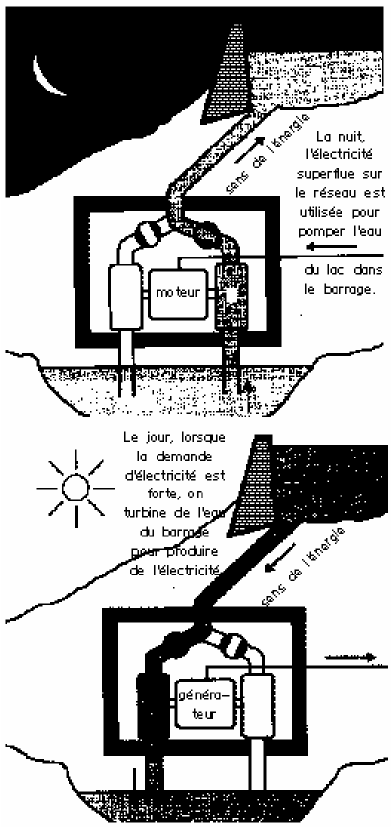
# 1.4.7 Production d'énergie et hydraulique

## Les besoins en courant fluctuent




La consommation d'électricité est bien supérieure pendant les mois d'hiver. Les besoins fluctuent également au cours de la semaine ; on consomme beaucoup plus les jours ouvrables. La demande de courant varie aussi d'heure en heure au cours de la journée. On utilise pourtant constamment une quantité minimum d'électricité : la **charge de base**. Le courant consommé en plus durant certaines heures (8h - 12h et 15h - 18h) est appelé **demande de pointe**.
Dans notre pays, les centrales thermiques et au fil de l'eau couvrent la charge de base. Elles fournissent 24 heures sur 24 pratiquement toujours la même quantité de courant. Si l'on représentait graphiquement la production de ces deux types de centrales, on obtiendrait une large bande constante. La couverture de la demande de pointe, fortement fluctuante, est essentiellement assurée par les centrales à accumulation des Alpes facilement réglables.

## Cycle de pompage turbinage dans les centrales à haute chute




L'énergie électrique est impossible à stocker (éventuellement une très faible quantité dans des batteries à faible rendement). Une centrale thermique ou nucléaire ne peut être arrêtée qu'en quelques jours ou semaines ; il est donc obligatoire de la laisser fonctionner à pleine charge ou de l'arrêter. Pendant les heures de faible consommation (22h - 5h), un surplus d'énergie électrique n'est pas consommé et serait perdu si cette énergie n'était pas utilisée pour remonter l'eau de la vallée jusque dans les barrages pour transformer l'énergie électrique en potentielle. Lors des heures de pointe de consommation, on fera redescendre cette eau pour réutiliser cette énergie. Il est clair que l'on perd environ 30% de cette énergie lors de la transformation mais autrement, on la perdrait entièrement. Economiquement, l'énergie en trop est très bon marché (2 à 5 cts/kWh) et l'énergie de pointe très chère (25 cts/kWh), ce qui permet d'assurer la rentabilité de la centrale.

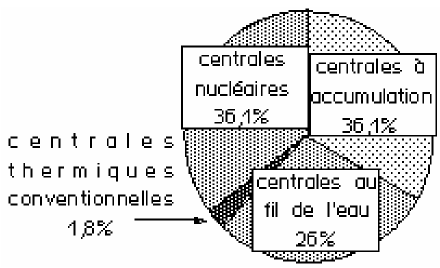
Les deux guerres mondiales provoquèrent dans notre pays - très pauvre en matières premières - de graves pénuries énergétiques, qui donnèrent un nouvel élan au développement de la force hydraulique. C'est ainsi que se formèrent les grands ensembles énergétiques alpestres dont la zone de captage s'étendait souvent sur plusieurs vallées. On s'avisa progressivement que ce recours aux ressources hydrauliques ne pouvait suffire indéfiniment pour satisfaire les besoins croissants du pays en électricité. La Suisse devait donc envisager de construire des centrales thermiques. Et l'on vit ainsi apparaître au lendemain de la Seconde Guerre Mondiale des petites centrales alimentées au fuel et quelques autres installations avec des turbines à vapeur. Plus tard, l'économie électrique décida de s'engager dans la voie nucléaire et, en 1984, l'énergie atomique couvrait d'ores et déjà 35% des besoins en électricité.

En Suisse, 62% de la production d'électricité est d'origine hydraulique donc solaire.

| | CENTRALE THERMIQUE | CENTRALE HYDRAULIQUE |
|---|---|---|
| Rendement : | mauvais (20 - 35 %) | bon (75 %) |
| Localisation, géographie : | Place restreinte, souvent près des cours d'eau pour le refroidissement. | Grandes surfaces pour les barrages à certains endroits dans les montagnes ainsi que sur les fleuves. |
| Pollution : | Chaleur et gaz de combustion ($CO_2$, $SO_2$, $NO_2$) et poussières OU faible quantité d'éléments gazeux radioactifs (1% de la radioactivité naturelle). | Débit des rivières et des fleuves, léger changement de climat à cause des bassins créés. |
| Production d'énergie : | Constante, il faut quelques jours pour arrêter la centrale. | Pour les barrages : réglable en quelques minutes utilisable pour produire l'énergie de pointe autrement : réglable. |
| Coût : | De plus en plus cher pour les centrales nucléaires (normes de sécurité) ; assez cher pour les autres. | Très bon marché pour les vieilles usines au fil de l'eau. Cher pour les barrages. |
| Combustible : | 2 wagons/an d'uranium, 50'000 wagons/an de charbon pour une centrale moyenne. | Eau et soleil |
| Déchets : | 735 tonnes de déchets faiblement radioactifs + 12 tonnes de hautement radioactifs OU 350'000 tonnes de cendres et mâchefer et 120'000 tonnes de boues | AUCUN |

Coût de l'énergie électrique (kWh) en 1995 à la sortie de la centrale :

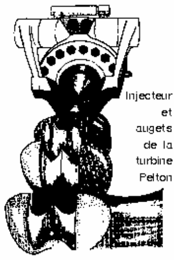
| | |
|---|---|
| Centrale au fil de l'eau (Lavey) | 3 - 8 cts/kWh |
| Centrale thermique | 11 cts/kWh |
| Barrages (réversibles) | 4 - 18 cts/kWh |
| Centrales nucléaires | |
| * Mühleberg | 5,5 cts/kWh |
| * Gösgen | 7 cts/kwh |
| * Leibstadt | 12 cts/kwh |



# 1.4.8 Les trois types de centrales hydrauliques

## 1) Centrale à haute chute

Elles sont caractérisées par un barrage situé dans les montagnes relié par une galerie d'amenée qui peut mesurer une dizaine de kilomètres à une conduite forcée.
La dénivellation ou hauteur de chute se situe entre 200 et 2000 mètres donc la vitesse de l'eau dans la conduite ainsi que la pression sont élevées. La turbine utilisée s'appelle Pelton et fonctionne grâce à l'énergie cinétique de l'eau.



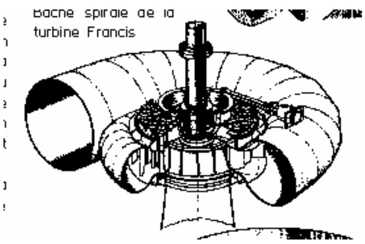

S'inspirant de la roue à cuillères en usage dans les montagnes de Californie, l'ingénieur américain **Lesler Allen Pelton** mis au point vers 1870 une turbine utilisée pour les hautes chutes dont le débit est faible. Pour des débits plus élevés, on construit des turbines à plusieurs injecteurs. Elle utilise uniquement **l'énergie cinétique** de l'eau.

Pour éviter de faire exploser la conduite lorsque l'on arrête l'eau avec la vanne de pied, on installe une cheminée d'équilibre au sommet de la conduite forcée et les fluctuations du débit dans la conduite forcée font varier la hauteur de l'eau dans la cheminée d'équilibre. Cette dernière permet d'éviter le "coup de bélier".
On commande la production d'énergie dans la centrale par la vanne de pied et les injecteurs des turbines.
Un système de vannes permet de pomper l'eau de la vallée dans le barrage pour utiliser l'énergie de trop sur le réseau électrique. La pompe se trouve reliée à la machine électrique qui fonctionne alors comme un moteur.

Exemples : Grande Dixence, Emosson, Hongrin, Oberhasli...

## 2) Centrale à moyenne chute

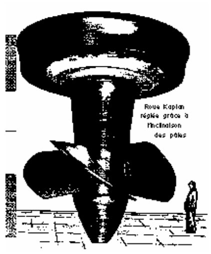
Dans ce type d'installation, la centrale électrique se trouve au pied du barrage et la hauteur de chute est donc bien plus faible. On peut quand même obtenir de grandes puissances grâce à un débit plus grand.




En raison de la plus petite hauteur de chute, la vitesse est plus faible et la **turbine Francis** utilise les énergies cinétique et de pression de l'eau. Le dispositif d'injection de l'eau sur le rotor de la turbine et la forme de ce rotor sont tels que l'eau pénètre dans la turbine à une vitesse réduite correspondant à une fraction de celle dont la chute est capable en ce point. La turbine Francis convient pour les chutes entre 20 et 350 mètres. On utilise aussi une turbine Francis comme pompe lorsque la chute est faible (200 - 300 m) et peut atteindre 500 m (479 m à Mattmark).
En 1855, dans son livre "Lowell Hydraulic Experiments", l'américain d'origine anglaise **James Francis** (1815-1892) divulgua l'invention d'une turbine à réaction utilisée dans les chutes moyennes et faibles. Connue en Europe vers 1880, elle supplanta les modèles français (Fourneyron, Fontaine et Girard). Elle utilise les **énergies de pression et cinétique** de l'eau.

Exemples : Centrales entre Vallorbe et Orbe...

## 3) Centrales au fil de l'eau



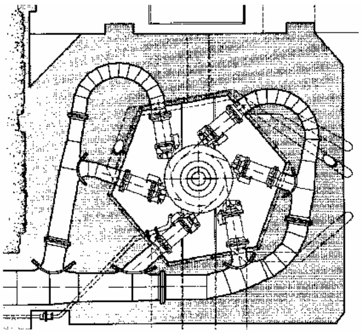
Dans ce cas, la chute est très faible (entre 5 et 30 mètres) mais le débit est énorme. On utilise la turbine Kaplan à pales orientables. A cause de la faible chute d'eau, la turbine Kaplan et son alternateur tournent très lentement.
Dès 1912, l'autrichien **Viktor Kaplan** eut l'idée de perfectionner une turbine hélice en rendant réglable l'inclinaison des pales. La construction industrielle n'en commença qu'en **1924**. Elle était conçue pour capter l'énergie des chutes basses et des cours d'eau larges et peu rapides. Elle utilise uniquement l'énergie de pression de l'eau.

Exemples : Lavey près de St-Maurice, Verbois près de Genève...

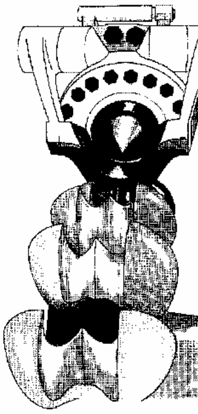
## 1.4.9 Les trois types de turbines hydrauliques

### Turbine Pelton (1870)

S'inspirant de la roue à cuillères en usage dans les montagnes de Californie, l'ingénieur américain Lesler Allen Pelton mis au point vers 1870 une turbine utilisée pour les hautes chutes dont le débit est faible. Pour des débits plus élevés, on construit des turbines à plusieurs injecteurs. Elle utilise uniquement l'énergie cinétique de l'eau.



Turbine Pelton avec 6 injecteurs



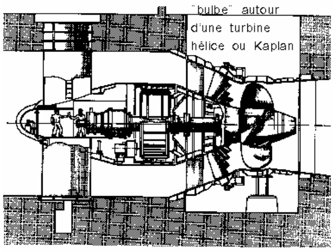
Injecteur et augets de la turbine Pelton

### Turbine Francis (1855)

En 1855, dans son livre "Lowell Hydraulic Experiments", l'américain d'origine anglaise James Francis (1815-92) divulgua l'invention d'une turbine à réaction utilisée dans les chutes moyennes et faibles. Connue en Europe vers 1880, elle supplanta les modèles français (Fourneyron, Fontaine et Girard). Elle utilise les énergies de pression et cinétique de l'eau.

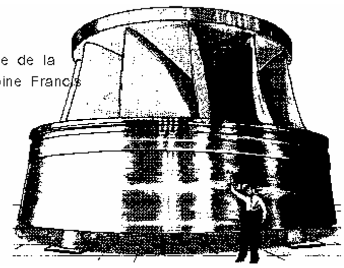
### Turbine Kaplan (1912)

Dès 1912, l'autrichien Viktor Kaplan eut l'idée de perfectionner une turbine hélice en rendant réglable l'inclinaison des pales. La construction industrielle n'en commença qu'en 1924. Elle était conçue pour capter l'énergie des chutes basses et des cours d'eau larges et peu rapides. Elle utilise uniquement l'énergie de pression de l'eau.




**La turbine Pelton** (1870) convient aux très hautes chutes, entre 200 et 2000 m. Comme les barrages s'élevant hors sol à plus de 200 m de hauteur sont d'une extrême rareté, la turbine Pelton ne se rencontre pas dans les usines de pied de barrage, mais par contre on la trouve à l'extrémité des conduites forcées d'usines de dérivation de haute chute.

**La turbine Francis (1855)** est une turbine à réaction. Le dispositif d'injection de l'eau sur le rotor de la turbine et la forme de ce rotor sont tels que l'eau pénétrant dans la turbine possède une vitesse réduite correspondant à une fraction seulement de la vitesse dont la chute est capable en ce point. L'eau admise dans le rotor possède donc à la fois de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pression.
La turbine Francis convient aux moyennes chutes, entre 20 et 350 m On la trouve aussi bien dans les usines de pied de barrage que dans les usines de dérivation de moins de 350 m de chute.




**La turbine Kaplan** est aussi une turbine à réaction. Elle est constituée d'une roue en forme d'hélice à pales orientables pour améliorer le rendement et a été mise au point par Viktor Kaplan en 1912. Elle convient aux très basses chutes, entre 5 et 30 m. Cette limite tend d'ailleurs à s'accroître, et en Italie des turbines Kaplan ont été installées sous une hauteur de chute de 55 m.

# Questions et exercices sur l'énergie hydraulique

1) a) D'où vient l'énergie hydraulique ?
b) Est-elle épuisable ?
c) Quels sont les différents types d'installations hydrauliques ?

2) a) Dans la production d'énergie électrique en Suisse quelle est la proportion issue de l'hydraulique ? Commenter ce chiffre en le comparant avec la production des voisins. b) Peut-on en produire plus ? Et où ?

3) a) Expliquer comment fonctionnent une turbine et une pompe.
b) Quels sont les trois types de barrages à haute chute et où les utilise-t-on ?

4) a) A quels moments un barrage est-il plein ou presque vide ?
b) Pourquoi y a-t-il tant de galeries d'amenée d'eau dans nos montagnes ?

6) a) Il semble absurde de remonter l'eau dans le barrage de l'Hongrin alors que le soleil le fait très bien. Est-ce rentable du point de vue physique ?
b) Expliquer pourquoi c'est une pratique courante ?

7) a) Calculer les rendements de la centrale hydraulique de l'Hongrin en turbinage et en pompage grâce aux données techniques.
b) Est-ce possible de les améliorer ? Si oui comment ?

8) L'eau d'un barrage parvient à l'entrée d'une turbine à raison de 2 m³ par seconde et après une perte d'altitude de 600 m. Calculer la puissance électrique produite par le générateur si le rendement global vaut 70%.

9) L'aménagement hydroélectrique du barrage de la Grande Dixence comprend plusieurs installations :
* Le lac de retenue de la Grande Dixence de volume utile de 400'000'000 m³ d'eau.
* Les centrales hydroélectriques de Fionnay et de Nendaz de puissances électriques de 360 MW et de 480 MW.
* L'usine de pompage et de turbinage de Zmutt.
* Les stations de pompage de Ferpècle, Staffel et d'Arolla qui refoulent de l'eau dans le lac de retenue.

a) Pour quelles raisons a-t-on construit des stations de pompage qui refoulent de l'eau dans le lac de retenue ?
b) Combien de temps les usines de Fionnay et de Nendaz peuvent-elles fonctionner avec l'eau contenue dans le lac de retenue si le débit total de l'eau qui les alimente est égal à 45 m³/s.

10) La station de pompage de Ferpècle fait partie du complexe de la Grande Dixence. Elle est équipée de trois pompes qui refoulent chacune 2,8 m³ d'eau par seconde dans le lac de retenue du barrage de la Grande Dixence. La dénivellation entre la station de pompage et le lac est de 212 m. Quelle est la puissance totale de ces trois pompes ?

12) A la centrale hydroélectrique de Veytaux, on peut pomper de l'eau du lac Léman dans le lac de L'Hongrin et utiliser ensuite cette eau pour produire de l'électricité,
a) La quantité d'électricité produite avec l'eau pompée est-elle la même que celle qui a été nécessaire à pomper l'eau ?
b) Quel est l'intérêt de cette façon de procéder ?

13) La centrale hydroélectrique de Veytaux (Chillon) a un rendement global de 85%. Elle est alimentée par l'eau provenant du barrage de l'Hongrin. La dénivellation de la chute d'eau est égale à 860 m et le débit qui alimente ses turbines est de 32 m³/s. Quelle est la puissance électrique disponible à la sortie des alternateurs de cette usine ?

14) Pour impressionner les visiteurs, les responsables de la centrale hydroélectrique de l'Hongrin ont accepté de faire une vidange de 5 minutes de la conduite forcée dans le lac Léman. La dénivellation est de 850 m et le débit de 25 m³/s.
Calculer le prix de cette démonstration en admettant un rendement de 86% en turbinage et un prix de vente du kWh à 20 centimes.

15) Le rendement global de la centrale FMHL en pompage puis en turbinage est de 71.5 %. On utilise une énergie électrique de 10 MWh pour pomper de l'eau du lac Léman dans le barrage de l'Hongrin puis on turbine la même quantité d'eau dans le lac Léman.
   a) Transformer les 10 MWh en joules et donner le volume d'eau pompé si le rendement (de pompage) est de 80% et la dénivellation de h = 850 m.
   b) Calculer l'énergie perdue au cours de l'opération.
   c) Expliquer à quoi sert cette opération ridicule à première vue.

16) Le rendement d'une série de pompes est de 85 % et le débit total de 50 m³/s.
   a) Quelle est la hauteur de pompage si la puissance électrique des moteurs qui activent la pompe est de 900 MW ?
   b) Quelle est la puissance récupérée par MW pompé si le groupe de turbinage a un rendement de 90 %.

## Corrigé des exercices hydraulique

1) a) Energie solaire mgh ; b) non ; c) cf. p. EH 3 et EH 4.

2) a) 62% (E 13) France : 80% nucléaire b) guère plus.

3) a) La turbine Pelton utilise l'énergie cinétique de l'eau (choc élastique) $v_{jet} = 2 * v_{turbine}$. b) voûte (rochers très solides) ; poids (rochers moyens) et digue (terrain peu solide).

4) a) Vide à la fin du printemps et plein à la fin de l'automne. b) pour amener l'eau d'autres vallées dans le barrage.

6) A cause de la consommation d'énergie de jour et de nuit ; en été et en hiver... Utiliser l'électricité excédentaire du réseau.

7) a) $\eta = P_{él}/_{Phydr.t}$ = 240'000'000/(32'560*10*850) = 87% et
$\eta_p = P_{hydr.p}/P_{él}$ = 24'280 * 10 * 850 / 240'000'000 = 86%. ; b) Difficilement.

8) $P_{él} = \eta$ mgh/t = 8,4 MW (m/t = 2000 kg/s).

9) a) Pour augmenter le volume de la retenue d'eau. b) t = 400'000'000/45 = 8,888 Ms = 102.9 jours.

10) P = 3 D gh = 3 2800 2120 = 17,8 MW.

12) a) Non car il faut compter le rendement des pompes multiplié par celui des turbines (0,87*0,87 = 75%) ; b) Pour utiliser l'énergie électrique excédentaire du réseau.

13) P = $\eta$ D gh = 0,85 * 32'000 * 8600 = 234 MW.

14) $E_{hydr}$ = 25'000*10*850*5*60 = 63,75 GJ = 17710 kWh ; $E_{él} = \eta\ E_{hydr}$ = 15'230 kWh qui coûtent 3046 Frs.

15) a) $E_{él} = 3{,}6 * 10^{10}$ J ; $E_{hydr.p} = 2{,}88 * 10^{10}$ J = mgh => m = $3{,}38 * 10^{6}$ kg = 3388 m³ ; b) Q = 2,85 MWh = $1{,}026 * 10^{10}$ J. c) On utilise de l'énergie électrique qui serait autrement perdue.

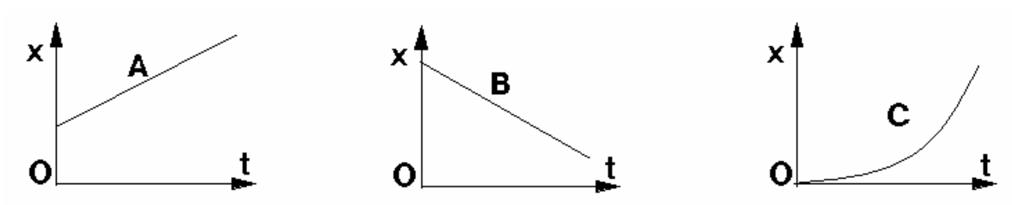
16) $P_{hydr.p} = \eta P_{él} = \eta Dgh \Rightarrow h = \eta P_{él} / Dg$ = 1530 m ; b) $\eta$ = 0,85 * 0,9 = 0,765 => on récupère donc 0,765 MW électrique par MW électrique pompé (perte de 0,235 MW).

# Corrigé des exercices MÉCANIQUE

## 1.1 Cinématique

### 1.1.3 Exercices position

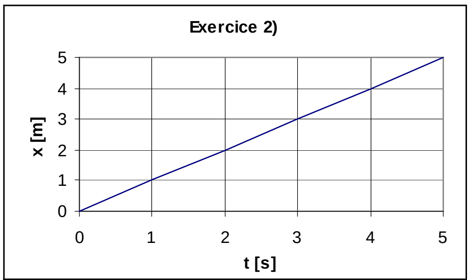
**1)** Décrire les mouvements A, B et C représentés dans les trois diagrammes x(t) (parler de la vitesse).



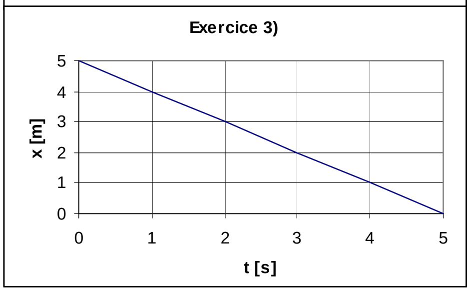

A : Le mobile part au temps t = 0 d'une position $x_o$ positive dans un référentiel Ox ; il avance avec une vitesse constante.

B : Le mobile part au temps t = 0 d'une position $x_o$ positive dans un référentiel Ox ; il recule avec une vitesse constante.

C : Le mobile part au temps t = 0 de l'origine O du référentiel Ox ; il avance avec une vitesse qui croit.




**2)** Graphique x(t) d'un mobile qui part du point O au temps t = 0 puis s'en éloigne à la vitesse de 1 m/s pendant 5 s : x(t) = t




**3)** Graphique x(t) d'un mobile qui se rapproche du point O à la vitesse de 1 m/s pendant 5 s en partant d'une position située à 5 m du point O : x(t) = 5 - t

### 1.1.4 Exercices vitesse et MRU

1) Deux athlètes A et B courent sur une piste circulaire longue de 400 m. Ils partent ensemble et se déplacent à des vitesses respectivement égales à $v_A$ = 10 m/s et $v_B$ = 9 m/s. En faisant abstraction du rayon de la trajectoire qui est grand, on peut considérer que les deux coureurs sont en MRU avec des horaires :

$\boxed{x_A(t) = 10t} = v_1\, t$ et $\boxed{x_B(t) = 9t} = v_2\, t$

a) Les 2 athlètes A et B ont un tour (= 400 m) d'écart lorsque $x_A(t) - x_B(t) = 400 = d = v_1\, t - v_2\, t \Rightarrow x_A(t) - x_B(t) = 10t – 9t = t = 400 \Rightarrow$ <u>t = 400 s</u>. $(t = d / (v_1 - v_2))$

b) Distances parcourues par les deux coureurs en t = 400 s : $d_1 = x_A(400) = v_1\, t$ = 10*400 = <u>4000 m</u>. $x_B(400) = d_2 = v_2\, t$ = 9 * 400 = <u>3600 m</u>.

2) Un lièvre s'éloigne d'un chasseur selon une ligne droite, sa vitesse est de 36 km/h = 10 m/s. Le chasseur tire lorsque la distance qui le sépare de sa future victime est de 98 m. Si la vitesse de la balle est de 500 m/s, quelle distance pourra encore parcourir le lièvre avant d'être touché ?

Posons un référentiel Ox où O est à l'extrémité du fusil du chasseur avec un temps t = 0 au coup de feu. Horaires dans ce référentiel : balle : $x_1(t) = 500\, t$.
lièvre : $x_2(t) = 98 + 10\, t$
"rencontre" pour $x_1(t) = x_2(t)$ => 500 t = 98 + 10 t => 490 t = 98 => t = 98/490 =
=> t = 0,2 s => position du lièvre $x_2$ = 100 m du chasseur.
Preuve : position de la balle : $x_1(0.2)$ = 500*0.2 = 100 m
Preuve : position du lièvre : $x_2(0.2)$ = 98 + 10*0.2 = 98 + 2 = 100 m …..CQFD.

**4)** Sur une portion de route rectiligne, un camion passe au point A (centre O du référentiel dirigé vers B) à midi et se dirige vers le point B, distant de 5 km = 5000 m, avec une vitesse constante $v_A$ = 54 km/h = 15 m/s. A midi et deux minutes t = 120 s si t = 0 à midi, une voiture quitte B pour se diriger vers A, à la vitesse constante $v_B$ = -72 km/h = -20 m/s (on a mis un signe – car la voiture va de B à A) A quelle distance de A les deux véhicules vont-ils se croiser ?

Horaire du camion: $\boxed{x_A = 15t}$

Si la voiture était partie au temps t = 0, elle aurait parcouru une distance de 20 * 120 = 2400 m. à la vitesse de 20 m/s pendant une temps de 120 s. Tout se passe comme si la voiture était partie à midi (t = 0) à la position 5000 + 2400 = 7400 m => Horaire de la voiture : $\boxed{x_B = 7400 - 20 * t}$

"rencontre" pour $x_A = x_B$ => 15 t = 7400 - 20 t => 35 t = 7400 => t = 7400/35 = 211,4 s.

Distance de A = $x_A$(211.4) = 15 t = 15*211.4 = <u>3171 m</u>.

Preuve : $x_B$(211.4) = 7400 - 20 * t = 7400 – (20*211.4) = 7400 – 4229 = <u>3171 m</u>

## 1.1.5 Exercices MCU

1) Une machine à laver essore la lessive avec une fréquence de 1000 tours par minute = 1000/60 = 16.67 t/s et le diamètre intérieur de son tambour est de d = 2r = 40 cm = 0.4 m => r = 0.2 m. déterminer la vitesse angulaire ω et la vitesse v d'un point du tambour. Vitesse angulaire (un tour d'angle 2π en une période T) $\boxed{\omega = 2\pi/T}$ = 2πf = 2π 1000/60 = <u>104.72 rad/s</u> ; vitesse $\boxed{v = 2\pi r/T}$ = ωr = 104.72*0.2 = <u>20.94 m/s</u>.

2) Calculer la vitesse moyenne d'un point de l'équateur terrestre lors de son mouvement de rotation autour de l'axe de la Terre. (rayon R = 6400 km) : La période de rotation de la Terre sur elle-même est de 24 heures de 3600 secondes (T = 86'400 s). Vitesse = distance /temps $\boxed{v = 2\pi R/T}$ = 2π*6'400'000/(24*3600) = <u>465.4 m/s</u>. (v = 0.4654/(1/3600) = 1675.4 km/h)

3) Si l'on admet que le système solaire fait un tour d'orbite circulaire de rayon de 30'000 années-lumière en 250 millions d'années, quelle est alors la vitesse du centre du système solaire dans la galaxie en km/s ? 1 année-lumière = 1 AL = 300'000'000 m/s * 365,25 j/an * 24 h/j * 3600 s/h = $\boxed{9.467 \cdot 10^{15} \text{ m pour 1 AL}}$. Rayon R de la trajectoire du système solaire : R = 30'000 AL = 30'000*9.467*$10^{15}$ = 2.8402*$10^{20}$ m.

Période T = 250'000'000*365.25*24*3600 = $\boxed{7.8894 \cdot 10^{15} \text{ s}}$ pour une année.

Vitesse v = 2πR/T = 2π*2.8402*$10^{20}$/7.8894*$10^{15}$ = <u>226'195 m/s = 226 km/s</u>.

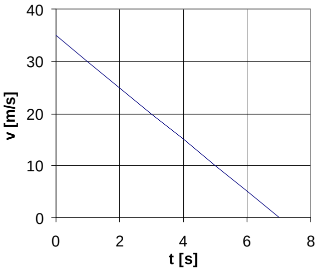
## 1.1.6 Exercices MRUA .(calculés avec g = 10 m/s$^2$)

1) Une voiture roule sur une route rectiligne. Son accélération est constante et vaut 2 m/s². Il faut d'abord répondre à la question b) Quelle est sa vitesse au bout de ces 10 secondes ? : l'accélération correspond à une augmentation de la vitesse de 2 m/s chaque seconde. Au temps t = 0, sa vitesse est de 10 m/s ; au temps t = 10 s, sa vitesse sera v(10 s) = 10 + 2*10 = <u>30 m/s</u> $\boxed{v(t) = v_o + at}$

a) Quelle distance parcourt-elle pendant les 10 secondes suivantes ? La distance parcourue est le produit de la vitesse moyenne et du temps : $\boxed{d = v_{moy}\, t}$ = ½(10+30)*10 = <u>200 m</u>.

2) Une pierre tombe du pont Bessières sur une hauteur de 23,5 m. Déterminer la durée de la chute. La vitesse augmente de 0 à 10t (g*t) car l'accélération de la pesanteur est de g = 10 m/s². La hauteur h est le produit de la vitesse moyenne $v_{moy}$ et du temps t : h = $v_{moy}$ t = ½(0 + gt) * t => $\boxed{h = \frac{1}{2} g t^2}$ => 23.5 = 5 t² donc le temps : t = $(23.5/5)^{½}$ = <u>2.2 s</u> (t = $(2h/g)^{½}$).

3) Une voiture lancée à v = 126 km/h = 126'000 m / 3600 s = 35 m/s ; elle s'arrête en t = 7 s. En admettant un MRUA, calculer la distance du freinage. La vitesse diminue régulièrement de 35 à 0 m/s en 7 s ; l'accélération est donc de a = 35/7 = 5 m/s/s. La distance parcourue est le produit de la vitesse moyenne et du temps : $d = v_{moy}\ t$ = ½(35+0)*7 = <u>122,5 m</u>.

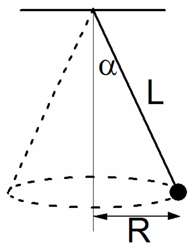



Quelle est la vitesse 3 s après le début du freinage ? Chaque seconde, la vitesse diminue de 5 m/s. Au bout de 3 seconde, la vitesse a diminué de 3*5 = 15 m/s. Elle est donc de 35-15 = <u>20 m/s = 72 km/h</u>. (v(3s) = 35 - 3*5 = 20 m/s)

4) Pour la chute libre d'une pierre dans le champ de la pesanteur (sans vitesse initiale), déterminer la distance parcourue pendant la première, la deuxième et la troisième seconde.

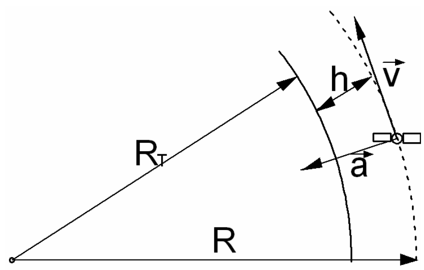
- Ø Durant la 1ère seconde, la vitesse augmente de 0 à 10 m/s. la vitesse moyenne : $v_{1moy}$ = ½(0+10) = 5 /s ; la distance parcourue $\Delta x_1 = v_{moy}\ t$ = 5*1 = <u>5 m</u>.
- Ø Durant la 2ème seconde la vitesse augmente de 10 à 20 m/s. la vitesse moyenne : $v_{2moy}$ = ½(10+20) = 15 m/s ; la distance parcourue $\Delta x_2 = v_{moy}\ t$ = 15*1 = <u>15 m</u>.
- Ø Durant la 3ème seconde la vitesse augmente de 20 à 30 m/s. la vitesse moyenne : $v_{3moy}$ = ½(20+30) = 25 m/s ; la distance parcourue $\Delta x_3 = v_{moy}\ t$ = 25*1 = <u>25 m</u>.

### 1.1.8 Exercices accélération MCU




1) Un petit objet est attaché à un point fixe par une ficelle de longueur L = 1,2 m. Il décrit un cercle dans un plan horizontal, la ficelle formant un angle α = 25° avec la verticale. Une révolution dure une période T = 2,09 s . Calculer l'accélération de l'objet. Considérons le triangle rectangle d'hypoténuse L et de cathète opposé R. Trigonométrie : R/L = sinα => R = L sinα L'accélération pour cette trajectoire circulaire de rayon R = L sinα = 0.507 m est dirigée vers le centre de la trajectoire (centripète) : $\boxed{a = v^2/R}$. La vitesse $\boxed{v = 2\pi R/T}$ = 2π*0.507/2.09 = 1.525 m/s². Accélération a = 1.525²/0.507 = <u>4,583 m/s²</u> ($a = 4\pi^2\ L\sin\alpha/T^2$).

2) Calculer l'accélération d'un satellite artificiel parcourant une orbite circulaire à 100 km de la surface de la Terre. Le rayon de la Terre vaut $R_T$ = 6370 km et la période de révolution du satellite est T = 1 h 27 min = 60+27 min = 87*60 = 5220 s. Le rayon de la trajectoire est donc R = 6370+100 km = 6'470'000 m. La vitesse est donc v = 2πR/T = 2π∗6'470'000/5220 = 7788 m/s. L'accélération dans le MCU : $\boxed{a = v^2/R}$ = 7788²/6'470'000 = <u>9,374 m/s²</u>. ($a = 4\pi^2\ R/T^2$) Elle est légèrement inférieure à 9.8 m/s² accélération moyenne à la surface de la Terre car le satellite est à 100 km de la surface de la Terre.




3) Une essoreuse à linge tourne à raison de 5 tours par seconde autour d'un axe vertical. Sa cage, cylindrique, a un rayon R = 20 cm = 0.2 m. La fréquence de rotation f = 5 t/s. La période de rotation est l'inverse de la fréquence T = 1/f et f = 1/T : T = 1/5 = 0.2 s et la vitesse v = 2πR/T = 2π∗0.2/0.2 = 2π = 6.283 m/s. Accélération d'un objet plaqué contre la paroi : $\boxed{a = v^2/R}$ = 6.283²/0.2 = = <u>197.4 m/s² = 20 g</u>. ($a = 4\pi^2\ Rn^2$).

# 1.2 Dynamique

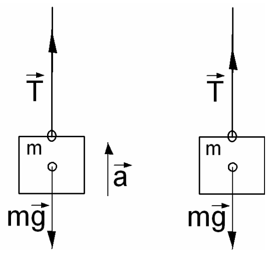
## 1.2.1 Exercices masse volumique

1) Quelle est la masse volumique d'un bloc parallélépipédique de polystyrène expansé (Sagex®) de 1 kg et de dimensions 0.80 m * 0.5 m * 0.13 m ? Volume V = 0.8*0.5*0.13 = 0.052 m³. Masse volumique = masse/volume : $\boxed{\rho = m/V}$ = 1/0.052 = <u>19,23 kg/m³</u>.

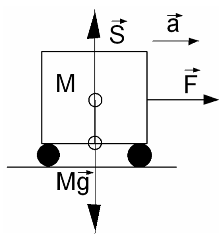
2) Un fil de cuivre de 1 mm de diamètre pèse 1 kg. Déterminer sa longueur. La masse volumique du cuivre : $\rho_{Cu}$ = 8920 kg/m³ et la masse m = 1 kg. Volume de cuivre = masse/masse volumique : $\boxed{V = m/\rho}$ = 1/8920 = $1.12 * 10^{-4}$ m³ ; Surface ou section du fil de cuivre (rayon r = ½ mm = $5*10^{-4}$ m) : S = πr² = π∗25*$10^{-8}$ = $7.85 * 10^{-7}$ m² ; Longueur = volume/section : $\boxed{L = V/S}$ = $1.12 * 10^{-4}/7.85 * 10^{-7}$ = <u>142.74 m</u>.

3) Quelle est la variation de niveau de l'eau dans un verre cylindrique de 2r = 0.07 m de diamètre (rayon r = 0.035 m) lorsque l'eau gèle (supposer que la variation de volume se fasse vers le haut) ? La hauteur initiale est de h = 0.12 m. Masse volumique de la glace : $\rho_{gl}$ = 917 kg/m³ et de l'eau : $\rho_{eau}$ = 998 kg/m³. Volume d'eau : $\boxed{V = \pi r^2 h}$ = π*0.035²*0.12 = $4.62 * 10^{-4}$ m³ ; masse d'eau = masse volumique * volume : $\boxed{m = \rho_{eau} V}$ = 998 * $4.62 * 10^{-4}$ = 0.461 kg. Volume de glace : V' = m/$\rho_{gl}$ = 0.461/917 = $5.03 * 10^{-4}$ m³. Nouvelle hauteur d'eau : h' = V'/(πr²) = $5.03 * 10^{-4}$/ π*0.035² = 13.06 cm. Variation : h'-h = 0.1306-0.12 = <u>0.0106 m = 1.06 cm</u>.

## 1.2.7 Exercices MRUA et force



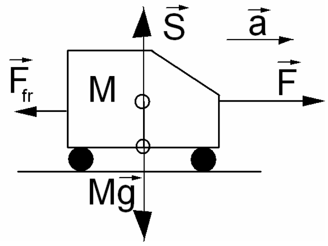

1) Une grue soulève un bloc de pierre de masse m = 500 kg posé sur le sol. Le long du premier mètre de son ascension, le bloc subit une accélération a = 1 m/s². Ensuite il a une vitesse constante. Calculer la force exercée par le câble sur le bloc dans le premier mètre, puis par la suite. Lors du premier mètre, il y a une accélération a vers le haut. L'équation fondamentale de Newton nous indique un déséquilibre des forces vers le haut T > mg et $\boxed{T - mg = ma}$ => T - 5000 = 500 = <u>5500 N</u> ; Par la suite, l'accélération est nulle donc il y a équilibre des forces : T = mg = <u>5000 N</u> (T = m(g+a) puis T = mg)




2) Un wagon a une masse M = 20 tonnes. Quelle force F faut-il exercer pour lui communiquer une vitesse de 54 km/h en une minute ? Cinématique : vitesse v = 54'000 m / 3600 s = 15 m/s et temps t = 60 s. Accélération a = v/t = 15/60 = 0,25 m/s/s ; $\boxed{F = ma}$ = 20'000 * 0.25 = <u>5000 N.</u> Les deux forces verticales S et Mg sont égales et opposées et s'annulent dans l'équation fondamentale.

3) Trouver la force $F_{fr}$ permettant à une voiture roulant à une vitesse v = 108 km/h de s'arrêter en freinant sur 75 m. La masse de la voiture vaut M = 600 kg. Cinématique : la vitesse initiale est de v = 108'000/3'600 = 30 m/s. La vitesse moyenne est donc de (30+0)/2 = 15 m/s. La distance parcourue (75 m) est le produit de la vitesse moyenne et du temps ; le temps t = d/$V_{moy}$ = 75/15 = 5 s. L'accélération est le quotient de la vitesse et du temps a = $V_{max}$/t = 30/5 = <u>6 m/s/s</u>. Dynamique : Comme dans l'exercice 2, les forces verticales s'annulent et la force de frottement $\boxed{F_{fr} = Ma}$ = 600*6 = <u>3600 N</u>. Le schéma est le même avec F et a en sens opposé.

4) Un camion est à disposition pour remorquer une voiture en panne. Comme corde de remorquage, on ne dispose que d'une grosse ficelle pouvant supporter au maximum une force F = 1000 N. La masse de la voiture est de une tonne M = 1000 kg et le frottement qu'elle subit vaut $F_{fr}$ = 400 N. Quelle est l'accélération maximale que peut se permettre le camion ? Considérons la voiture remorquée de masse M : Les forces verticales s'annulent. En appliquant l'équation fondamentale de Newton horizontalement, on trouve : $\boxed{F - F_{fr} = Ma}$
=> a = (F - $F_{fr}$)/M = (1000 – 400)/1000 = <u>0,6 m/s/s</u>.

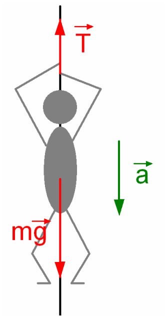



5) Une fusée dont la masse M = 8000 kg subit une poussée F = 2,5 * $10^5$ N pendant une minute (t = 60 s). Quelle est alors son altitude, si l'on néglige les frottements et si l'on admet que sa masse reste constante ? Deux forces verticales s'appliquent sur la fusée de masse m : La poussée F et la pesanteur Mg. En appliquant l'équation fondamentale de Newton, on trouve $\boxed{F - Mg = Ma}$ => a = (F-Mg)/M = (250'000 – 80'000)/8000 = <u>21,25 m/s/s</u>. Cinématique H = $v_{moy}$*t = ½(0+at)*t => $\boxed{H = ½at^2}$ = ½*21.25*60² = <u>38'250 m</u>

6) Un prisonnier veut s'échapper d'une cellule au sommet du donjon. Il dispose d'une corde pouvant soutenir une force maximum de 740 N. Il a pour ami un certain Newton en qui il a toute confiance. Sachant que sa masse est m = 80 kg, comment va-t-il procéder :

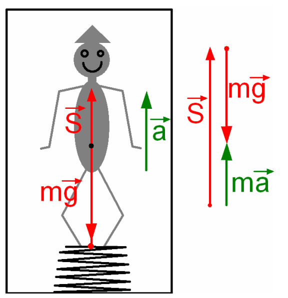
a) Décrire la manière dont il doit descendre pour ne pas casser la corde. Il doit accélérer avec une accélération a vers le bas de telle manière à ce que : $\boxed{mg - T = ma}$ 800 – 740 = 80*a => a = 60/80 = ¾ = <u>0.75 m/s/s</u>

b) Peut-il se laisser glisser tout en accélérant ? Oui, il faut que son accélération soit supérieure ou égale à 0.75 m/s/s.

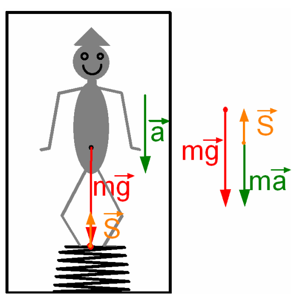



7) L'occupant d'un ascenseur est monté sur une balance.

a) L'ascenseur monte avec une accélération a = 2 m/s$^2$. Que vaut la masse du passager si la balance indique m' = 100 kg ? La balance à ressort mesure une force de soutien S = m'g = 1000 N. S > mg Appliquons l'équation fondamentale : $\boxed{S - mg = ma}$ ou m'g – mg = ma => 1000 – 10 m = 2 m => 1000 = 12 m =>
m = 1000/12 = <u>83,3 kg</u> (m = m'g/(g+a))



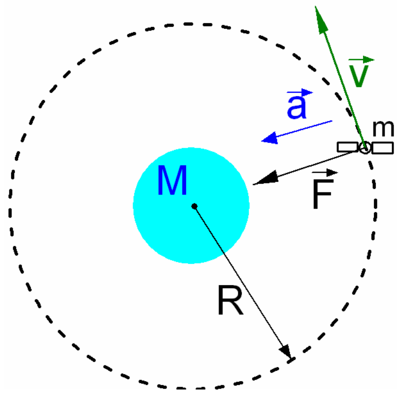

b) Dans quelles conditions la balance indiquerait-elle m¨ = 50 kg ? L'ascenseur doit accélérer vers le bas (fin de montée ou début de descente) car S < mg => mg – S = ma ou mg – m¨g = ma => 833.3 – 500 = 83.3 * a
=> a = 333.3/83.3 => <u>a = 4 m/s/s</u>.




c) Qu'indiquerait la balance si le câble de l'ascenseur cassait ? L'accélération de l'ascenseur vaudra g => Newton : mg = mg et <u>S = 0 N</u>. La balance indique une masse nulle en chute libre (force nulle).

## 1.2.9 Exercices MCU et force

Modèle de résolution pour les problèmes de satellites :




La force de gravitation F maintient un satellite sur son orbite de rayon R : $F = GMm/R^2$ (1)
L'accélération du mouvement circulaire uniforme : $a = v^2/R$ (2)
L'équation fondamentale de Newton appliquée au satellite avec une force de gravitation F et une accélération a : $F = ma$ (3)
En remplaçant (1) et (2) dans (3) : $GMm/R^2 = mv^2/R$
=> $\boxed{v^2 = GM/R}$ (4)
La vitesse du satellite en MCU sur un cercle de rayon R avec une période T est de $v = 2\pi R/T$ (5)
En remplaçant (5) dans (4), on obtient : $v^2 = 4\pi^2R^2/T^2 = GM/R$ => $4\pi^2R^3 = GMT^2$
**Troisième loi de Kepler** : $\boxed{(GM/4p^2)\ T^2 = R^3}$

1) On imagine le petit Prince de masse m = 30 kg sur sa planète de rayon R = 100 m et de même masse volumique moyenne que la Terre, soit 5,5 kg/litre.

a) Quelle est la force de gravitation exercée par la planète sur le petit Prince ?
Volume de la planète du petit Prince : $\boxed{V = 4/3\ \pi\ R^3} = 4/3\ \pi\ 100^3 = 4188790\ m^3$
La masse volumique de la planète est de 5.5 kg/0.001 m³ = 5500 kg/m³ (1 l = 1 dm³ = (0.1m)³ = 0.001 m³)
Masse de la planète du petit Prince : $M = \rho V = 5500*4188790 = 2.304*10^{10}$ kg
Force de gravitation : $F = GMm/R^2 = 6.67*10^{-11}*2.304*10^{10}*30/100^2$ = <u>0,00461 N</u>
$(F = 4\pi GmR\rho/3)$

b) Quel temps met un objet pour tomber d'une hauteur de 5 m ? Equation fondamentale de Newton appliquée au petit prince en chute libre : F = ma
=> $\boxed{a = F/m}$ = 0.00461/30 = <u>0,0001537 m/s/s</u>. Cinématique : $\boxed{h = ½at^2}$ => 5 = ½*0.0001537*t² => t² =65'076 s² => t = 255 s = 4 min. 15 s. $(t = (2h/a)^{½})$

2) Un satellite tourne autour de la Terre suivant une orbite circulaire. Calculer sa vitesse v et sa période de rotation T s'il se trouve à :
a) h = 100 km = $10^5$ m de la surface de la Terre. La masse de la Terre est $M = 5.98*10^{24}$ kg et le rayon de la Terre R = 6371 km = $6.371 * 10^6$ m. $R_{100} = R + h = 6.471 * 10^6$ m. $\boxed{V_{100} = (GM/R_{100})^{½}} = (6.67*10^{-11}* 5.98*10^{24}/ 6.471 * 10^6)^{½}$
<u>$V_{100}$ = 7853 m/s</u> et $\boxed{T_{100} = 2\pi R_{100}/V_{100}} = 2\pi*6.471*10^6/7853$ = <u>5178 s = 1 h 26' 18".</u>
b) h' = 1000 km de la surface de la Terre. $R_{1000} = R + h' = 7.371 * 10^6$ m.
$V_{1000} = (6.67*10^{-11}* 5.98*10^{24}*/ 7.371 * 10^6)^{½}$ = <u>$V_{1000}$ = 7358 m/s</u>
et $T_{1000} = 2\pi R_{1000}/V_{1000} = 2\pi*7.371*10^6/7358$ = <u>6294 s = 1 h 45' 54"</u>.

3) A quel endroit et à quelle altitude faut-il lancer un satellite de la Terre pour qu'il reste constamment au zénith du même lieu ? Si cette condition est remplie, on parle de satellite géostationnaire. Il faut que l'orbite soit dans le plan équatorial : le centre de masse de la Terre doit être dans le plan et il vise toujours le même point.
La période de rotation T = 24 h = 24 * 3600 = 86'400 s. En appliquant la 3^me loi de Kepler : $\boxed{R^3 = GMT^2/4\ \pi^2} = 6.67*10^{-11}*5.98*10^{24}*86'400^2/4\ \pi^2 = 7.54507*10^{22}\ m^3$
=> R = 42'255'942 m; $h = R - R_T = 42'255'942 - 6.371 * 10^6$ = <u>35'884'912 m</u>

4) Calculer le temps de révolution et la vitesse d'un satellite décrivant une trajectoire circulaire à une altitude h = 100 km = $10^5$ m au dessus de la surface de la Lune. Masse de la Lune $M_L = 7.35*10^{22}$ kg et rayon de la Lune : $R_L = 1.738*10^6$ m. Le rayon de la trajectoire sera donc de $R = R_L + H = 1.738*10^6 + 10^5 = 1.838*10^6$ m. Calcul de la vitesse (raisonnement en haut de la page précédente)
$\boxed{v = (GM_L/R)^{½}} = (6.67*10^{-11}*7.35*10^{22}/1.838*10^6)^{½} = \underline{1633.5 \text{ m/s}}$ ;
Période de rotation $T = 2\pi R/V = 2\pi*1.838*10^6/1633.5 = \underline{7070 \text{ s} = 1\text{h } 58' \, 50''}.$

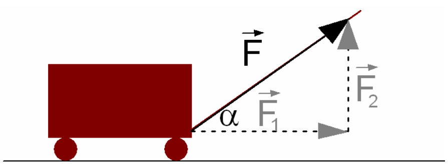
5) Dans l'un des albums de Tintin, le capitaine Haddock, dont la masse vaut m = 90 kg, se satellise autour de l'astéroïde Adonis. Assimilons cet astéroïde à une sphère de diamètre D = 30 m (rayon r = 15 m) et de masse volumique $\rho$ = 7000 kg/m$^3$. Supposons que l'orbite soit un cercle de rayon R = 100 m. Quelle sera la période révolution T du capitaine ?
Volume de l'astéroïde Adonis : $\boxed{V = 4/3\ \pi\ r^3} = 4/3\ \pi\ 15^3 = 14137$ m$^3$
Masse de l'astéroïde Adonis : $M = \rho V = 7000*14137 = \underline{9.896*10^7 \text{ kg}}$
Période de rotation (raisonnement en haut de la page précédente) $4\pi^2R^3 = GMT^2$
=> $\boxed{T = 2\pi\ (R^3/GM)^{½}} = 2\pi\ (100^3/(6.67*10^{-11}*9.896*10^7))^{½}$
=> $\underline{T = 77'322 \text{ s} = 21 \text{ h } 29 \text{ min } 42 \text{ s}}$ $(T = (3\pi/\rho G)((R/r)^3)^{½})$

6) Comment la vitesse d'un satellite artificiel dépend-t-elle se son altitude ? Montrer que lorsque le satellite est "freiné" par l'atmosphère très peu dense à très haute altitude, en fait sa vitesse augmente ! Selon le raisonnement du haut de la page précédente : $v = (GM/R)^{½}$ La vitesse est donc inversement proportionnelle à la racine du rayon à car $v = (GM)^{½} * (1/R)^{½}$ Si le satellite se rapproche de la Terre, le rayon R diminue et sa vitesse augmente…

7) Quelle devrait être la période de révolution de la Terre autour de son axe N-S, pour que la force de soutien exercée par le sol sur un objet quelconque à l'équateur soit nulle. Cet objet se trouverait alors en état d'impesanteur, satellisé autour de la Terre. C'est le même problème que pour l'exercice 2 avec une altitude h = 0 m. Vitesse : $\boxed{V_0 = (GM/R)^{½}} =$
$V_o = (6.67*10^{-11}*5.98*10^{24}/6.371*10^6)^{½} = v_o = \underline{7914 \text{ m/s}}$
Période : $\boxed{T_0 = 2\pi R/v} = 2\pi*6.371*10^6/7914 = \underline{5058 \text{ s} = 1 \text{ h } 24' \, 18''}.$
$(T = 2\pi((R^3/(GM))^{½})$.

# 1.3 Énergie

## 1.3.5 Exercices sur l'énergie




1) Un enfant tire un. jouet au moyen d'une ficelle. La force de traction F qu'il exerce forme un angle de 35° avec le déplacement du jouet et son intensité est égale à 2,5 N. Quel est le travail effectué par l'enfant pour un déplacement d = 300 m du jouet ? Il faut décomposer la force F en une force $F_1$ parallèle au déplacement qui travaille et en une force $F_2$ perpendiculaire au déplacement qui ne travaille pas. Par trigonométrie : $F_1 = F \cos\alpha$ et $F_2 = F \sin\alpha$. Le travail de la force F est identique au travail de $F_1$ : $\boxed{W = F_1\ d = F\ d\ \cos\alpha} = 2.5*300*\cos 35 = \underline{614,4 \text{ J}}$.

2) Une automobile et ses occupants ont une masse M = 1,2 tonnes = 1200 kg. Le conducteur de cette automobile freine brusquement alors qu'il roule à une vitesse v = 120 km/h = 120'000/3600 = 33.33 m/s. Les roues se bloquent et glissent sur la route. L'intensité de la force de frottement est égale à 55% de celle de la pesanteur de la voiture. $F_{fr} = 0.55*Mg =$

0.55*12000 = 6600 N. Cette dernière s'arrête après d = 100 mètres. Quelle quantité de chaleur Q est produite lors de ce freinage ? Il y a 2 manières de calculer l'énergie W :

a) Energie cinétique $\boxed{W_{cin} = \frac{1}{2} m v^2}$ = ½ 1200 * 33.33² = <u>666'666 J</u>

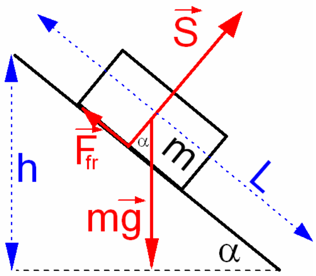
b) Chaleur perdue lors du freinage $\boxed{Q = F_{fr}*d}$ = 6600 * 100 = <u>0,66 MJ</u>.

Les deux résultats sont à peu près égaux à cause du <u>environ 120 km/h</u>…

3) Un satellite se déplace sur une orbite circulaire. Quel est le travail, durant une révolution, de la force d'attraction de l'astre principal ? La force de gravitation est selon un rayon de la trajectoire et le déplacement selon la vitesse qui est perpendiculaire au rayon. La force est donc toujours perpendiculaire au déplacement et <u>le travail est nul</u> : W = 0.

4) Le travail nécessaire à soulever une pierre de 2 kg d'une hauteur de 1 mètre est-il le même sur la Terre et sur la Lune (g/6) ? Sur la Lune, la gravitation est 6 fois plus faible que sur la Terre. La force de gravitation sur la Lune pour une pierre de 2 kg est donc 6 fois plus faible que sur la Terre. Le travail de la pesanteur est mgh : Sur la Terre $W_T$ = 2*10*1 = 20 J et sur la Lune $W_L$ = 2*(10/6)*1 = 3.33 J => $W_T = 6W_L = m\, g_T\, h = 6\, m\, g_L\, h$. Le travail sur la Terre est donc 6 fois plus important que sur la Lune pour soulever le même objet de la même hauteur.

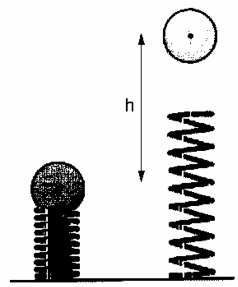
5) Une pierre de masse m = 500 g glisse à vitesse constante le long d'une planche de longueur L = 1 m formant un angle α = 40° avec l'horizontale.




a) Si la vitesse est constante, alors il y a équilibre des forces. La force de soutien ne travaille pas car elle est perpendiculaire au déplacement. La composante de la force de pesanteur parallèle au déplacement L vaut mg sinα et son travail : $W_p$ = mgLsinα = 0.5*10*1*sin40° = 3.214 J = Le travail de la force de frottement est égal et opposé au travail de la force de pesanteur : $W_F = Q = F_{fr}*L = -W_p$.
La variation d'énergie potentielle de la pierre $\boxed{W = mgh = mgL\sin\alpha}$ = <u>3.214 J</u> car h = Lsinα et elle se transforme en chaleur $Q = F_{fr}*L$ = <u>3.214 J</u>.

b) La force de frottement s'exerçant sur cette pierre $F_{fr} = Q/L = W/L = F_{fr}$ = 3,214 N.

6) Une masse m = 100 grammes = 0.1 kg tombe d'une hauteur h = 1 m sur un ressort de constante k = 2 * $10^4$ N/m. Calculer la longueur x de compression du ressort (pour les calculs, supposer que x << h et négliger les frottements).




Au départ l'énergie de la masse m est une énergie potentielle de la pesanteur $\boxed{E_{pp} = mgh}$ = 0.1*10*1 = 1 J. Après l'enfoncement total du ressort, elle se transforme en énergie potentielle du ressort : $\boxed{E_{pr} = \frac{1}{2}kx^2}$ = 1 J = mgh par conservation de l'énergie (frottements négligés) => ½kx² = 1 = $10^4$ x ²> x² = $10^{-4}$
=> <u>x = $10^{-2}$ m = 1 cm</u> ($x^2$ = 2mgh/k).

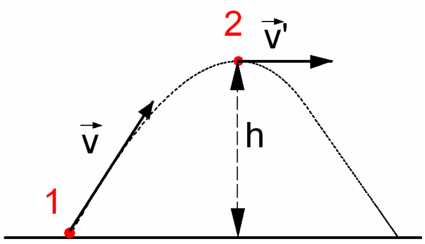
7) Un objet tombe d'un hélicoptère dont l'altitude est de h = 200 m. Que vaut sa vitesse lorsqu'il atteint le sol. On négligera la résistance de l'air et étudiera les deux situations suivantes :
a) l'hélicoptère est immobile, b) l'hélicoptère se déplace horizontalement à la vitesse de 180 km/h.
La hauteur h de l'hélicoptère permet de calculer l'énergie potentielle de la pesanteur $E_{pp}$ = mgh. Pour simplifier les calculs, on prend un objet de masse m = 1 kg.
La vitesse v de l'hélicoptère permet de calculer l'énergie cinétique $E_{cin}$ = ½mv².
L'énergie totale = $E_{cin} + E_{pp}$ est conservée car on suppose qu'il n'y a pas de frottement. Elle vaut 2000 J pour le cas a) et 3250 J pour le cas b) avec un objet de masse m = 1 kg. On compare la situation 1 (départ à h = 200 m du sol) et 2

arrivée juste avant de toucher le sol. Dans la situation 2, l'énergie est entièrement cinétique : $E_{tot} = E_{cin2} = ½mv'^2$ ce qui permet de calculer la vitesse $v' = 2(E_{tot}/m)^{½}$ = $(2*2000)^{½}$ et $(2*3250)^{½}$ . Les valeurs sont consignées dans le tableau ci-dessous :

| Situation 1 | | | | | Situation 2 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| hauteur [m] | vitesse [m/s] | Energie pot. [J] | Energie cin. [J] | Energie tot. [J] | Energie cin. [J] | Energie pot. [J] | hauteur [m] | vitesse [m/s] |
| 200 | 0 | 2000 | 0 | 2000 | 2000 | 0 | 0 | 63.25 |
| 200 | 50 | 2000 | 1250 | 3250 | 3250 | 0 | 0 | 80.62 |

(a) $v = (2gh)^{½} = 63{,}2$ m/s ; b) $v' = (v_o^2+2gh)^{½} = 80{,}62$ m/s)

8) Un projectile est lancé obliquement depuis la surface de la Terre, avec une vitesse de v = 10 m/s. Au sommet de sa trajectoire sa vitesse v' = 5 m/s. Calculer l'altitude h de ce point.

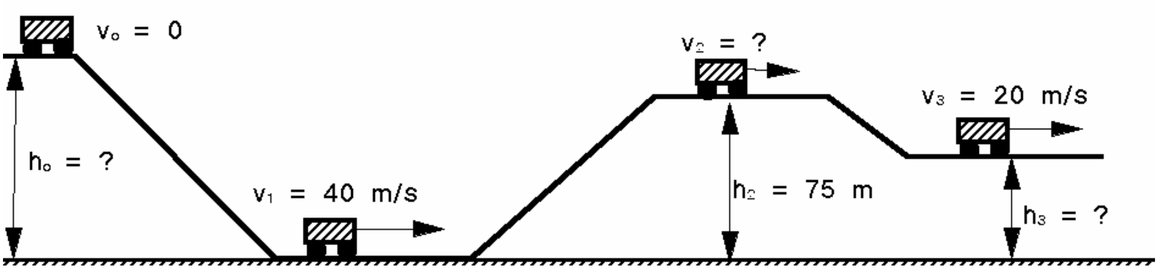



C'est le même type d'exercice que le 7 : L'énergie est conservée entre les situations 1 et 2. $\boxed{E_1 = E_{cin} = ½mv^2}$ = $½*2*10^2 = 100$ J en admettant une masse m = 2 kg. $\boxed{E_2 = ½mv'^2 + mgh}$ = $½*2*5^2 + 2*10*h = 25 + 20h = 100$ => 20h = 75 et h = <u>3,75 m</u> $(h = (v_o^2-v_s^2)/2g)$.

9) Lors d'une rencontre internationale d'athlétisme, le 100 m plat est généralement parcouru en 10 s. Admettons que l'on ne connaisse pas ou que l'on ait oublié la hauteur généralement atteinte par les sauteurs à la perche. Peut-on l'estimer en première approximation grâce à un calcul d'énergie ? Si une personne peut courir 100 m en 10 s, elle atteint une vitesse v = 100 m / 10s = 10 m/s. Grâce à la perche, l'énergie cinétique de la personne se transforme en énergie élastique de la perche ($½kx^2$) puis en énergie potentielle de la pesanteur. Il faut admettre que la perche est un ressort parfait… Par conservation de l'énergie, on a $\boxed{½\,mv^2 = mgh}$ => $½*60*10^2 = 3000$ J = 60*10*h = 600 h => h = 3000/600 = <u>5 m</u>. $(h = v^2/(2g))$. Comme la personne est debout au départ son centre de gravité est à environ 1 m du sol et si elle passe la perche couchée, elle pourra sauter environ 6 m.

10) Un marteau-pilon de 500 kg est soulevé à 3 m au-dessus du sol. En tombant, il enfonce un pieu de d = 5 cm = 0.05 m dans le sol. Quelle est la force, supposée constante, résistant à la pénétration du pieu dans le sol ? L'énergie du départ est l'énergie potentielle du marteau pilon de 500 kg à h = 3 m du sol : mgh = 500*10*3 = 15'000 J. Cette énergie est intégralement transformée en chaleur Q = F*d = F*0.05 = 15000 J par conservation de l'énergie. => F = 15'000/0.05 = 300'000 N. (mgh = Fd)

11) Un wagonnet est lâché, avec une vitesse initiale nulle, depuis le premier sommet




d'une succession de collines (voir figure). On néglige les frottements. Trouver les indications manquantes dans la figure. Admettons une masse de chariot de m = 100 kg. On peut calculer l'énergie totale $E = E_{cin2} = ½mv_1^2 = ½*100*40^2 = 80'000$ J. Par conservation de l'énergie, on pourra ensuite calculer $h_o = 80'999/(100*10)$ = 80 m ; $½mv^2 = 80'000 – 75'000 = 5000$ J ; $mgh_3 = 80'000-20'000 = 6000$ J.

| | Situation | hauteur [m] | vitesse [m/s] | Énergie pot. [J] | Énergie cin. [J] |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | Situation 0 | ? | 0 | ? | 0 |
| 1 | Situation 1 | 0 | 40 | 0 | 80000 |
| 2 | Situation 2 | 75 | ? | 75000 | ? |
| 3 | Situation 3 | ? | 20 | ? | 20000 |

L'énergie totale est toujours de 80'000 J

| | | |
|---|---|---|
| Énergie totale = **énergie potentielle** = 80'000 J | | |
| mgh [J] = | 80000 | |
| hauteur [m] = | 80 | |
| La hauteur et la vitesse sont connues, on peut donc calculer les énergies cinétique, potentielle et totale | | |
| **Énergie cinétique** = énergie totale - énergie potentielle = | | |
| ½mv² [J] = | 5000 | = 80'000 -75000 J |
| vitesse [m/s] = | 10 | |
| **Énergie potentielle** = énergie totale - énergie cinétique | | |
| mgh [J] = | 60000 | = 80'000 -20000 J |
| hauteur [m] = | 60 | |

($h_o = v_1^2/(2g) = 80$ m ; $v^2 = (v_1^2-2gh^2)^{½} = 10$ m/s ; $h_3 = (v_1^2-v_3^2)/(2g) = 60$ m)

## 1.3.6 EXERCICES SUR LA PUISSANCE

1) Un homme de 60 kg monte des escaliers. Il met 20 s pour s'élever de 14 m. Calculer la puissance qu'il développe.

L'énergie que la personne a dû fournir est de $E_{pp}$ = mgh = 60*10*14 = 8400 J.
La puissance est le débit d'énergie : P = E/t = mgh/t = 8400/20 = 420 W si l'on néglige les frottements, ce qui correspondrait à un rendement de 100% de la personne !

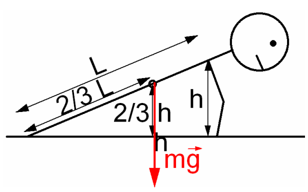
2) Un téléski, long de L = 2 km = 2000 m, installé sur une pente $\alpha$ = 30°, transporte 500 skieurs par heure. Quelle est la puissance fournie par le moteur si la masse des skieurs est en moyenne de 70 kg et si le fartage des skis est excellent ? on peut donc négliger la force de frottement donc la seule énergie à prendre en compte est l'énergie potentielle de la pesanteur.

Considérons 500 personnes de 70 kg qui sont remontées par le téléski sur une hauteur h = Lsin$\alpha$ = 2000*sin30° = h = 1000 m pendant t = 1 heure = 3600 s.
L'énergie que le téléski a dû fournir est de $E_{pp}$ = 500mgh = 500*70*10*1000 = 350'000'000 J = 350 MJ.
La puissance est le débit d'énergie : $\boxed{P = E/t}$ = 500mgh/t = 350 M / 3600
P = 97'222 W = 97,222 kW (P = 500 m g L sin 30° / t si $F_{fr}$ = 0.)

3) Une lampe de 40 W reste allumée pendant 10 h. Quel est le coût de l'énergie consommée si le kWh revient 20 centimes ?

Pour simplifier la résolution de cet exercice, il est judicieux de transformer la puissance en kW : P = 40 W = 40/1000 kW = 0.4 kW.
L'énergie est le produit de la puissance et du temps : $\boxed{E = P\,t}$ = 0,04 kW 10 h = 0,4 kWh ; prix = 0.4*20 = 8 cts.

4) Un sportif de masse m = 75 kg exécute 20 appuis faciaux en t = 1 minute = 60 s. Calculer la puissance moyenne de ses muscles en admettant que le centre de gravité G de cette personne est situé aux 2/3 de la distance séparant les pieds des épaules et qu'à chaque exercice, les épaules se déplacent verticalement de h = 30 cm = 0.3 m.




Energie fournie par le sportif en 1 minute : $E_{pp}$ = 20mg(2/3)h = 20*75*10*(2/3)*0.3 = 3000 J.
Puissance = énergie/temps : $\boxed{P = E/t}$ = 3000/60 = 50 W (P = N (2/3) mgh / t)

5) Un élève de masse m = 50 kg grimpe à la perche. Il monte d'une hauteur h = 3 m en un temps t = 5 secondes. Quelle est sa puissance moyenne lors de cet exercice ?
Energie potentielle fournie par l'élève : $E_{pp} = mgh = 50*10*3 = 1500$ J.
Puissance = énergie/temps : $\boxed{P = mgh/t}$ = 1500/5 = <u>300 W</u>.

6) Quand on compare divers sports, on oppose souvent l'endurance à la puissance. Parmi les sports suivants, lesquels exigent plutôt une grande endurance et lesquels demandent plutôt une grande puissance ? * course de 100 mètres * saut en hauteur * marathon * natation * lancer du poids * tir * cyclisme * ski de fond.
Les sports de puissance sont : <u>course 100 m, saut et lancer du poids</u> car le sportif doit fournir <u>beaucoup d'énergie en peu de temps</u>.

7) Une automotrice de montagne parcourt un chemin montant dont la longueur est L = 15 km = 15'000 m et la pente moyenne de 5%. La masse de l'automotrice est de M = 20 tonnes = 20'000 kg. Si le kWh revient 12 centimes, quel est le prix de revient d'une montée ? Le rendement global est de 6%.
Calculons d'abord la hauteur : la pente de 5% = tan$\alpha$ => $\alpha$ = arctan(0.05) = 2,86°.
La hauteur h = Lsin$\alpha$ = 15000*sin(2.86) = 749 m.
Energie potentielle de la pesanteur (nette) $E_{pp}$ = mgh = 20000*10*749 = 149.8 MJ
Energie brute en tenant compte d'un rendement de 6% : E = $E_{pp}/\eta$ = 149.8/0.06 = <u>2'497 MJ</u>. (avec 3,6 MJ/kWh) : E = 2497/3.6 = <u>694 kWh</u>.
Prix à 12 centimes le kWh : 694*0.12 = <u>83,2 Frs</u>.

# 1.4 STATIQUE DE FLUIDES (PRESSION)

## 1.4.3 Exercices pression hydrostatique

1) La surface de l'eau contenue dans une baignoire est située à 30 cm au-dessus de son bouchon de vidange. La masse de ce dernier est de 50 g = 0.05 kg et son diamètre mesure 40 mm. Quelle est l'intensité de la force qu'il faut exercer pour retirer le bouchon ? On suppose que le frottement du bouchon est négligeable.
Pression hydrostatique due à h = 30 cm = 0.3 m d'eau : p = $\rho$gh = 1000*10*0.3 = 3000 Pa = <u>3 kPa</u>.
La force de traction qui agit sur le bouchon s'oppose à la force de pesanteur mg du bouchon et la force de pression due à la profondeur de 30 cm d'eau.
Force totale : $F_T$ = pS + mg = 3000*$\pi$*0.02² + 0.05*10 = <u>4.27 N</u>.

2) On réalise une perfusion sanguine dans le bras d'un malade. La pression du sang dans la veine surpasse de $\Delta p$ = 15 kPa la pression atmosphérique. Quelle doit être la dénivellation minimale entre le bras et le flacon pour que le sang s'écoule du flacon dans la veine ? (la masse volumique du sang est égale à 1060 kg $m^{-3}$.)
Pression hydrostatique : $\Delta p$ = $\rho$gh => 15'000 = 1060*10*h
=> h = 15'000/10600 = <u>1.42 m</u>. (h = ($\Delta$p)/($\rho$g))

3) Une turbine hydraulique est alimentée à partir d'un bassin d'accumulation par une conduite forcée. Le niveau de l'eau dans le bassin est à une hauteur h au-dessus de la turbine. Montrer que, si l'on ne tient pas compte des frottements, la puissance P théoriquement disponible à la turbine est donnée par la relation : $\boxed{P = p\ Q_V}$ où P : puissance en [W] ; p : pression en [Pa] ; $Q_V$ : débit volumique en [$m^3$/s]
Par définition, la puissance est le quotient de l'énergie et du temps : P = E / t.
L'énergie est le produit de la force (de pression) et du déplacement x : E = F*x.
La force de pression est le produit de la pression et de la surface $\boxed{F = p*S}$
En remplaçant F dans E : E = p*S*x = p*V puis E dans P : <u>P = p*V/t = p * $Q_V$</u>.

4) La pression atmosphérique à la surface d'un lac est égale à 960 mbar = 0.966 bar. A quelle profondeur sous le niveau de l'eau la pression absolue est-elle de 3,66 bars ?

Pression hydrostatique : $\boxed{\Delta p = \rho g h}$ = (3.66-0.966)*$10^5$ = 296'400 Pa

(car 1 bar = $10^5$ Pa) $\Delta p = \rho g h$ => 296'400 = 998*9.81*h

=> $\boxed{h = \Delta p/(\rho g)}$ = (366000-96000)/(998*9,81) = 27.58 m.

5) Une des parois verticales d'un aquarium rempli d'eau mesure h = 40 cm = 0.4 m de hauteur sur une longueur L = 90 cm = 0.9 m. Quelle est l'intensité de la force résultante exercée par l'eau sur cette paroi ?

La pression hydrostatique augmente régulièrement de 0 à ρgh de la surface au fond du liquide. La pression moyenne sur la paroi : p = ½(0+ρgh) = ρgh/2 = 998*9.81*0.4 = 1958 Pa ~ 2000 Pa

La force est le produit de la pression moyenne et de la surface : F = $p_{moy}$ S = 1958*(0.9*0.4) = 705 N (720 N avec g = 10N/kg et ρ = 1000 kg/m³).

6) Le barrage de la Grande Dixence (300 m) retient 400 millions de tonnes d'eau. Celui de l'Hongrin (100 m) en retient huit fois moins. Peut-on en déduire que la poussée exercée par l'eau sur le barrage de la Grande Dixence est huit fois supérieure à celle que subit le barrage de l'Hongrin ?

Non, la pression hydrostatique ne dépend que de la hauteur d'eau $\Delta p = \rho g h$ (3 fois plus élevée sur le barrage de la Grande Dixence qu'à l'Hongrin).

La force ou poussée de l'eau sur le barrage est de F = $p_{moy}$ S.

7) Le château d'eau d'un réseau de distribution d'eau potable se trouve à une altitude de 500 m, et les robinets A à 450 m, B à 475 m et C à 460 m se trouvent dans un immeuble. Quelles sont les pressions, dues à l'eau uniquement, en A, B et C quand tous les robinets sont fermés ?

Il s'agit de la pression hydrostatique p = ρgh que l'on calcule avec les différentes hauteurs :

$h_A$ = 500-450 = 50 m => $p_A = \rho g h_A$ = 1000*10*50 = 500'000 Pa ~ 5 atm

$h_B$ = 500-475 = 25 m => $p_B = \rho g h_B$ = 1000*10*25 = 250'000 Pa ~ 2.5 atm

$h_C$ = 500-460 = 40 m => $p_C = \rho g h_C$ = 1000*10*40 = 400'000 Pa ~ 4 atm.

On a simplifié les calculs avec g = 10 N/kg et ρ = 1000 kg/m³

## 1.4.4 Exercices Archimède

1) Un glaçon flotte à la surface de l'eau contenue dans un verre complètement rempli. Le glaçon fond. Que se passe-t-il ?

La masse ne change pas donc la force de pesanteur mg du glaçon ou de l'eau ne change pas. La force d'Archimède ne change donc pas et le volume immergé reste le même. L'eau ne déborde donc pas. Le volume immergé de la glace est égal au volume de l'eau lorsqu'il a fondu.

2) La masse d'un cargo est égale à 5780 tonnes. Quel est le volume de sa partie immergée :

a) dans de l'eau de mer de masse volumique égale à 1030 kg $m^{-3}$ ?

b) dans de l'eau douce de masse volumique égale à 1000 kg $m^{-3}$ ?

Equilibre entre la force d'Archimède et la force de pesanteur : $\boxed{F_A = Mg}$

La force de pesanteur Mg = 5780*1000*10 = 5.78*$10^7$ N ne change pas donc la force d'Archimède vaut toujours = 5.78*$10^7$ N

a) $Mg = \rho_s g V_a$ => 5.78*$10^7$ = 1030*10*$V_a$ => $V_a$ = 5.78*$10^7$ / (1030*10) = 5612 $m^3$.

b) $Mg = \rho g V$ => 5.78*$10^7$ = 1000*10*$V_a$ => $V_a$ = 5.78*$10^7$ / (1000*10) = 5780 $m^3$

(V = M/ρ)

3) Expliquer pourquoi un gilet de sauvetage supportant une charge de 8 kg suffit à maintenir un naufragé avec la tête hors de l'eau. La personne flotte presque sans gilet car sa masse volumique est presque égale à celle de l'eau.

Le corps humain a une masse volumique très proche de l'eau (~1000 kg/m³). Si le corps humain est suffisamment immergé, il flotte presque et le gilet est suffisant pour lui maintenir la tête hors de l'eau.

4) Les icebergs sont des glaces flottantes provenant des glaciers dont les vallées débouchent sur la mer. Quel est le rapport du volume de la partie immergée d'un iceberg à son volume total : $r = V_{im}/V$ si l'on admet que la masse volumique de l'eau de mer est égale à 1020 kg $m^{-3}$ et celle de la glace à 917 kg $m^{-3}$.

Appliquons l'équilibre des forces : $\boxed{F_A = Mg}$ => $1020 * V_{im} * g = 917 * V * g$ => $1020 * V_{im} = 917 * V$ => $r = V_{im}/V = 917/1020 = 0.899 \sim 90\%$.

5) Le dirigeable Graf Zeppelin était un dirigeable gonflé à l'hydrogène. Sa longueur mesurait 237 m et son diamètre 30,5 m. Son volume total de 105'000 $m^3$ se répartissait entre 75'000 $m^3$ d'hydrogène ($\rho_H = 0.09$ kg/$m^3$) et 30'000 $m^3$ de blaugaz servant de carburant à ses moteurs. La masse totale de sa carcasse, de ses nacelles et de ses moteurs était égale à 55 tonnes. Il était équipé de cinq moteurs de 390 kW qui le propulsaient à la vitesse maximale de 130 km/h.
Quelle était la charge en tonnes que ce dirigeable pouvait emporter dans de l'air aux conditions normales ($\rho_{air} = 1,293$ kg/$m^3$) ? les données utiles sont soulignées.

Equilibre des forces : la force d'Archimède $F_A = \rho g V$, verticale et dirigée vers le haut, s'oppose aux forces de pesanteur de l'hydrogène $M_H g = \rho_H g V$, de la carcasse, des nacelles, des moteurs Mg et de la charge emportée mg.
$\boxed{F_A = M_H g + Mg + mg}$ => $75'000 * 10 * 1.293 = 75000 * 10 * 0.09 + 55000 * 10 + m * 10$
=> $75'000 * 1.293 = 75000 * 0.09 + 55000 + m$ => $m = 75000 * (1.293 - 0.09) - 55000$ =>
$m = 35'225$ kg = 35,2 t

6) Un ballon est gonflé avec de l'hydrogène. Son volume est de 850 $m^3$. L'intensité de la pesanteur totale de l'enveloppe, de la nacelle, du lest et des passagers est égale à 9010 N. La masse volumique de l'hydrogène qu'il contient est égale à 0,096 kg $m^{-3}$ et celle de l'air dans lequel il s'élève à 1,15 kg $m^{-3}$.
Quelle est la masse minimale de lest qu'il faut jeter pour que ce ballon décolle ?

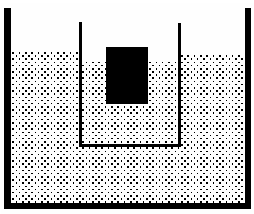
Equilibre des forces : la force d'Archimède $F_A = \rho g V$, verticale et dirigée vers le haut, s'oppose aux forces de pesanteur de l'hydrogène $M_H g = \rho_H g V$, et à la masse totale m moins le lest $m_l$.
$\boxed{F_A = M_H g + mg - m_l g}$ => $\rho_{air} V g = \rho_H V g + mg - m_l g$ => $\rho_{air} V = \rho_H V + m - m_l$ =>
$1.15 * 850 = 0.096 * 850 + 9010/10 - m_l$
=> $m_l = -850 * (1.15 - 0.096) + 901 = 5.1$ kg (avec g = 10 N/kg)
et $m_l = -(1,15 - 0,096)850 + 9010/9,81 = 22.6$ kg (avec g = 9.81 N/kg).

$m_l = -(\rho_{air} - \rho_H)V + m$

7) Peut-on imaginer que des aérostiers pratiquent leur sport sur la Lune ?

Non, car il n'y a pas d'atmosphère donc la force d'Archimède est nulle.

8) Un petit récipient dans lequel est déposé un morceau de bois flotte à la surface de l'eau contenue dans un vase. On retire le morceau de bois du récipient puis on le laisse flotter à la surface de l'eau.
Le niveau de l'eau dans le vase est-il monté, descendu ou resté le même ?



La masse reste la même : $mg + Mg = F_A$ La force d'Archimède reste donc la même et le volume immergé ne change donc pas. Le niveau ne change pas comme dans l'exercice 1 du glaçon.